13/12/2021

Mécanique et étude de structure en béton armé.

(Suite de cours)

1ère année Bâtiment

II- Notions de statique

5. Types de liaisons

5.1. Types de mouvements et notion de degré de liberté

- **Définition d'un solide indéformable:** on dit qu'un solide (S) est indéformable ssi:

$$\forall\, l'instant\ t\ et\ \forall A\ et\ B \epsilon (S):\quad AB = \text{Constante}$$

- On distingue deux types de mouvement élémentaire:

- Mouvement de Translation: exemples: déplacement du train par rapport au sol (c'est une translation de traction utile), tassement uniforme d'un bâtiment (c'est une translation verticale indésirable).

Figure: Mouvement de translation utile du train/sol.

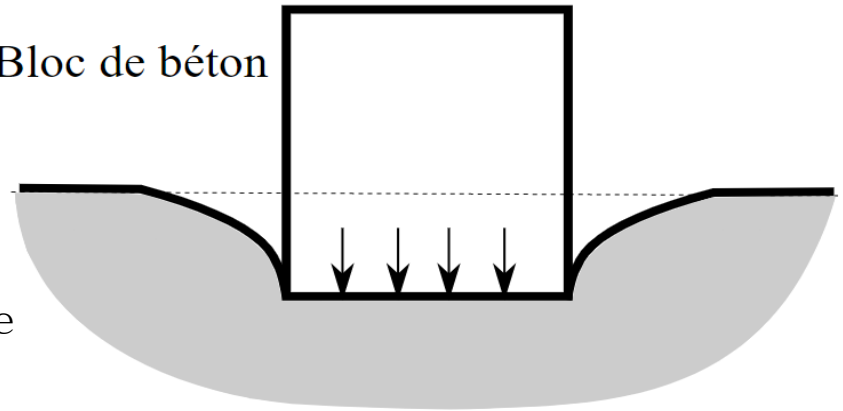


Figure: Mouvement de translation verticale indésirable pour un bâtiment.

- **Mouvement de Rotation**: un solide (S) est en mouvement de rotation si tous ses points suivent des trajectoires circulaires de rayons différents et de même centre.

Exemples: rotation de la flèche d'une grue de chantier par rapport au Mât, tassement différentiel (rotation indésirable de
la structure du bâtiment par un angle β petit).

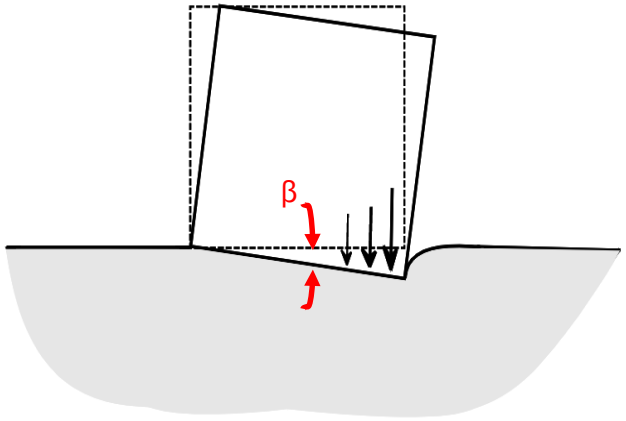


Figure: tassement différentiel.

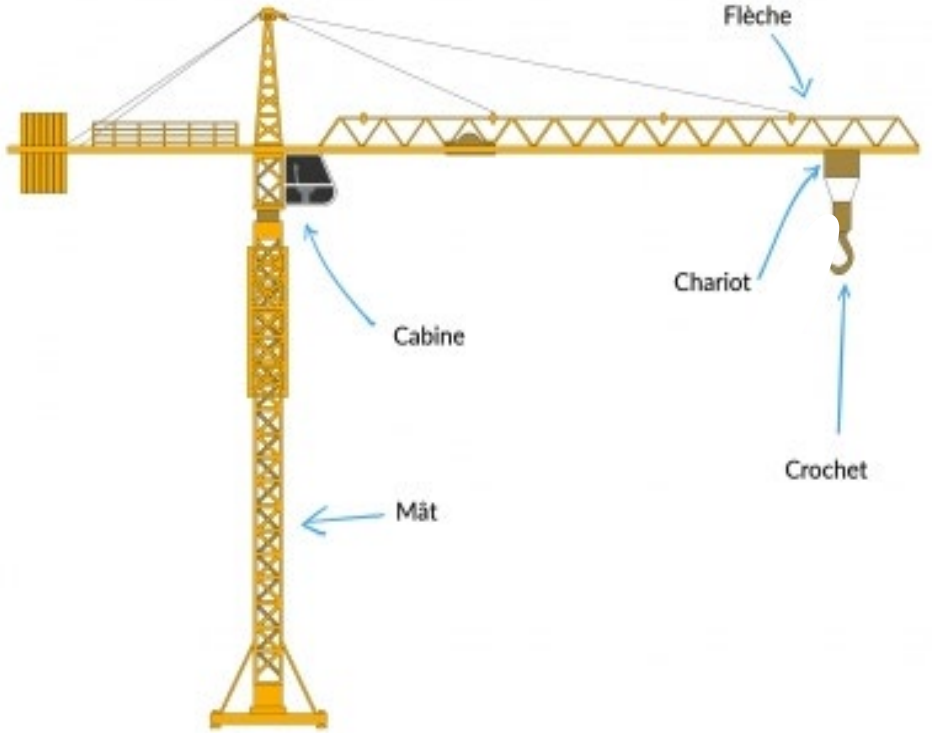


Figure: Grue de chantier.

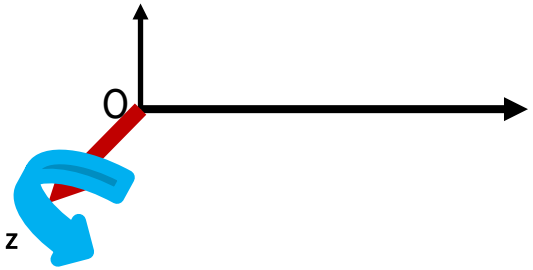
▪ un solide rigide isolé dans l'espace peut se déplacer librement dans un mouvement qu'on peut décomposer suivant 6 transformations géométriques indépendante:

– Trois rotations:

• **Rx** (rotation autour de (O,$\vec{x}$);

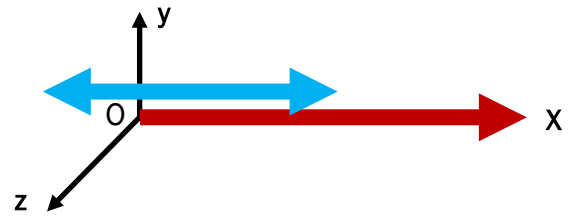
• **Ry** (rotation autour de l'axe (O,$\vec{y}$);

• **Rz** (rotation autour de l'axe (O,$\vec{z}$).

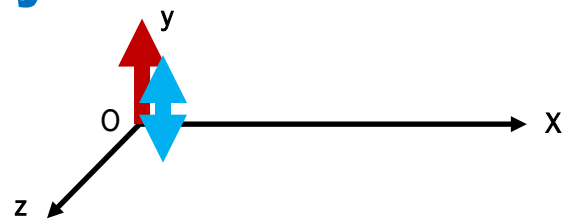


– Trois Translations:

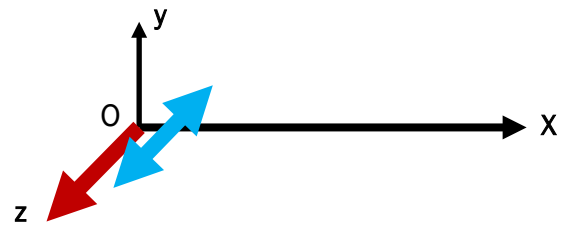
- **Tx**: Translation suivant $(O,\vec{x})$;



- **Ty**: Translation suivant $(O,\vec{y})$;



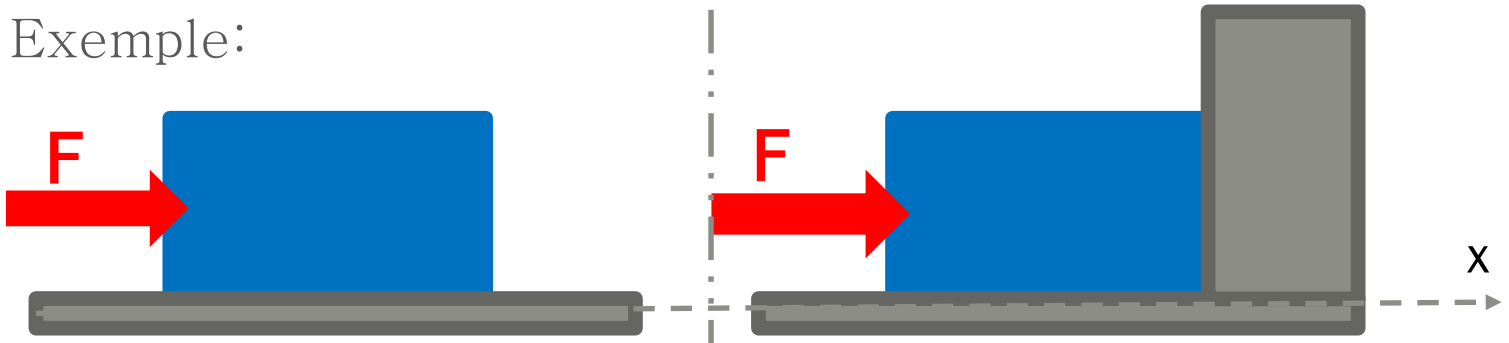
- **Tz**: Translation suivant $(O,\vec{z})$.



- On définit le degré de liberté par le nombre de mouvements **indépendant** qu'effectue un solide.
- Donc un **solide isolé** dans l'espace (solide libre) a un **ddl = 6** (3 Rotations et 3 Translations).
- On appelle **degré de liaison** tout degré de liberté supprimé.

Il correspond à une direction d'effort transmissible.

Exemple:



Cas 1: degré de liaison nul suivant x car la charge F peut déplacer l'objet en bleu.

Cas 2: degré de liaison non nul suivant x car un effort de freinage qui est égal à –F s'oppose à la charge F.

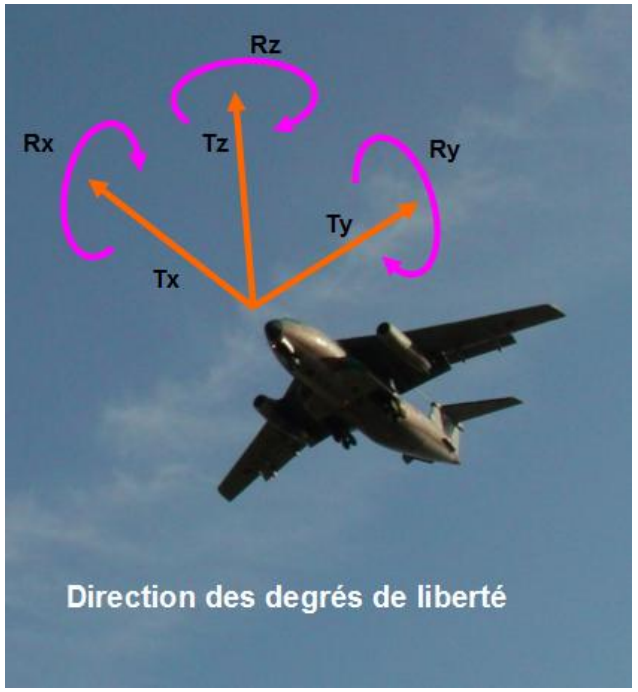


Figure: ddl=6, le cas d'un avion.

5.1. Types de liaisons dans l'espace

- Liaison Encastrement

Espace
(x,y,z)

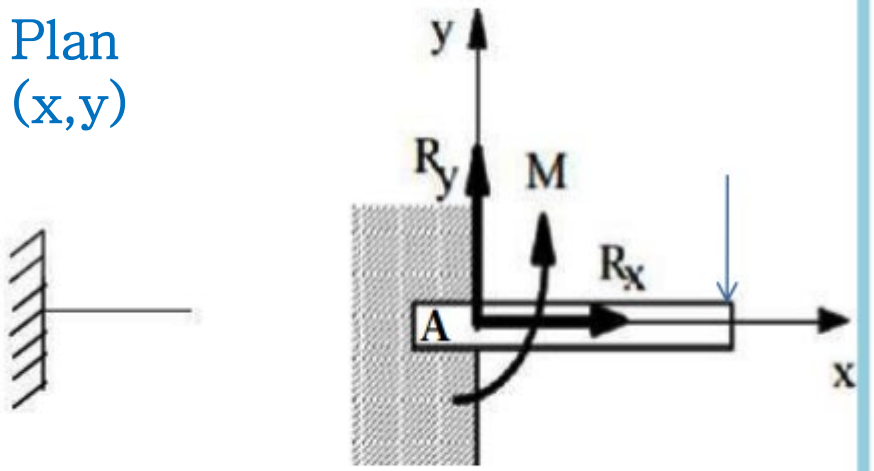
Translations

Degrés de liberté	
0	0
0	0
0	0

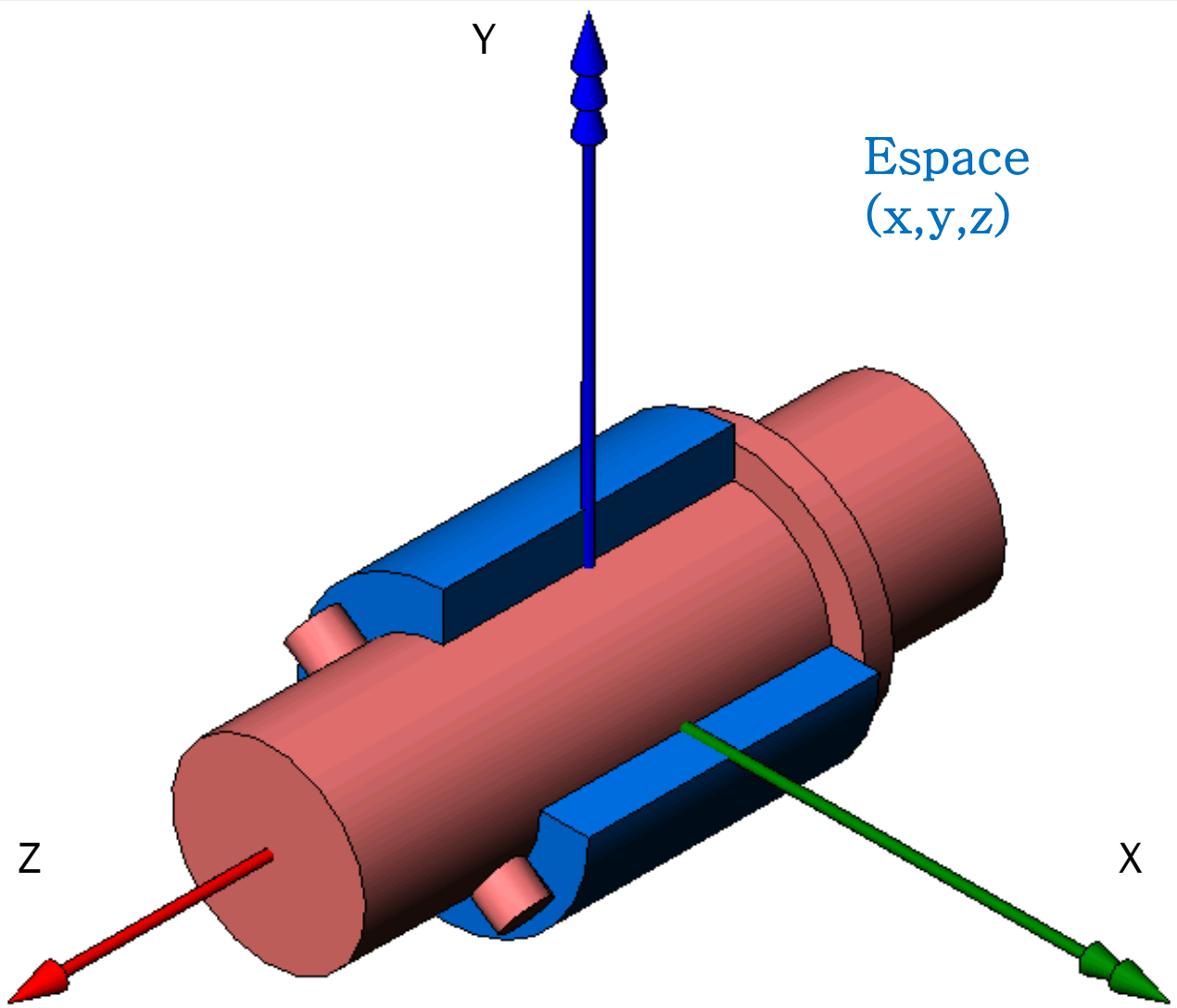
Rotations

Degrés de liaison	
Fx	Mx
Fy	My
Fz	Mz

Plan
(x,y)

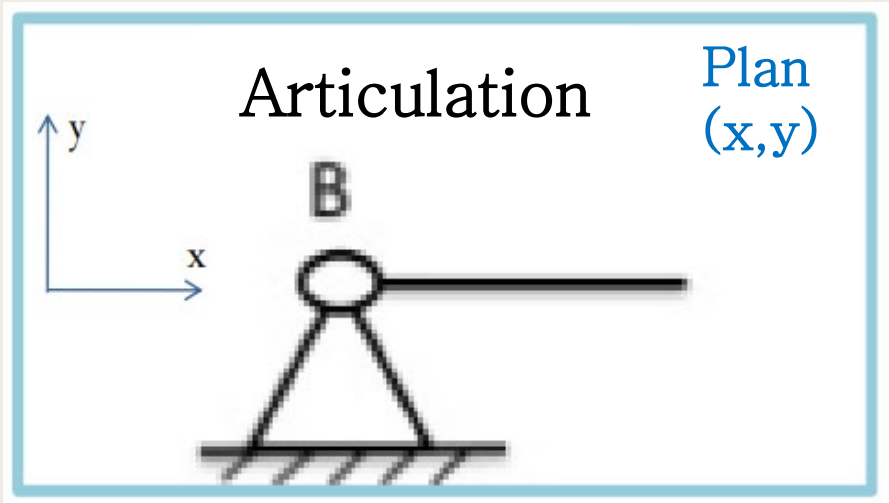


▪ Liaison pivot ou Articulation

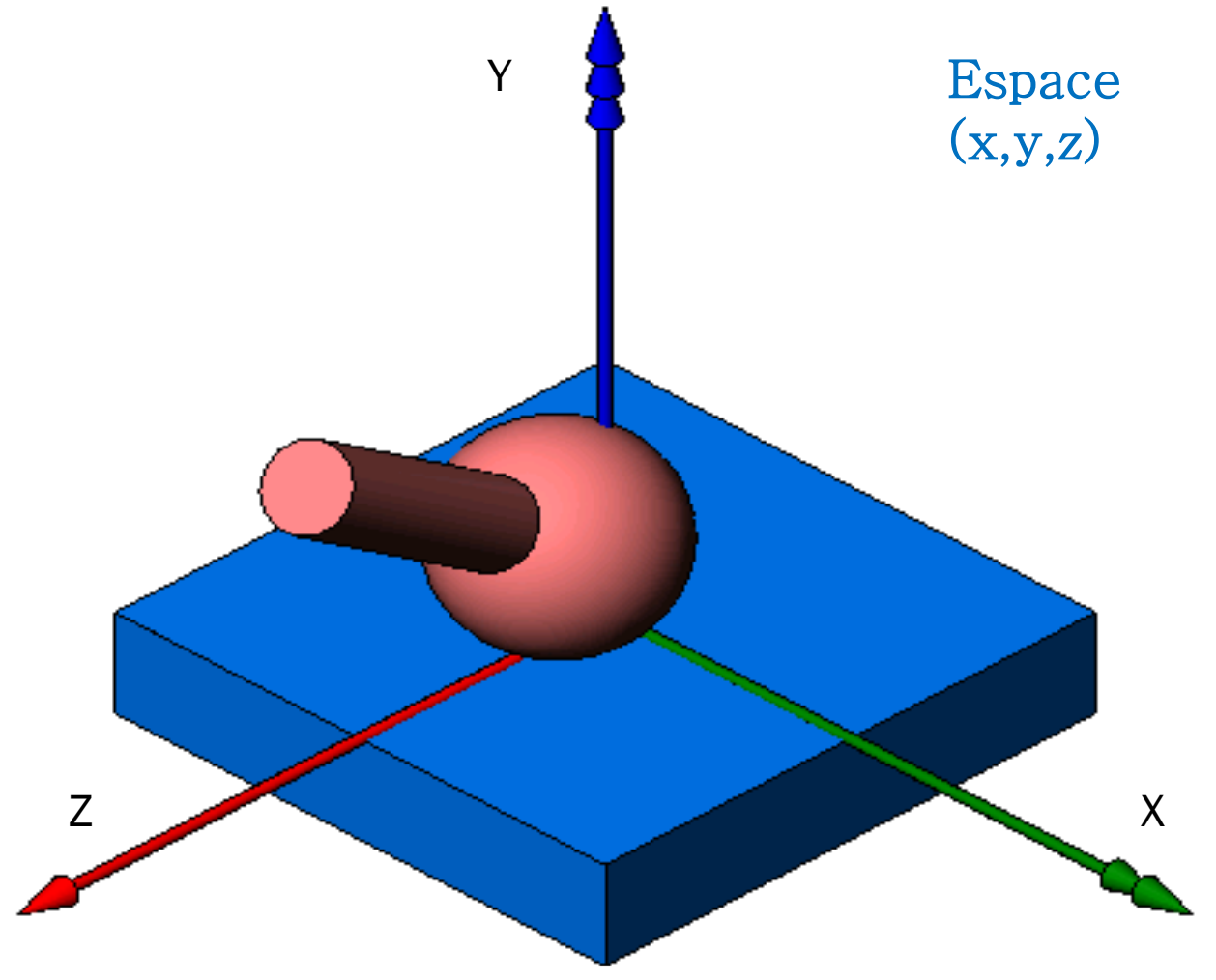


Degrés de liberté	
0	Rx
0	0
0	0

Degrés de liaison	
Fx	0
Fy	My
Fz	Mz

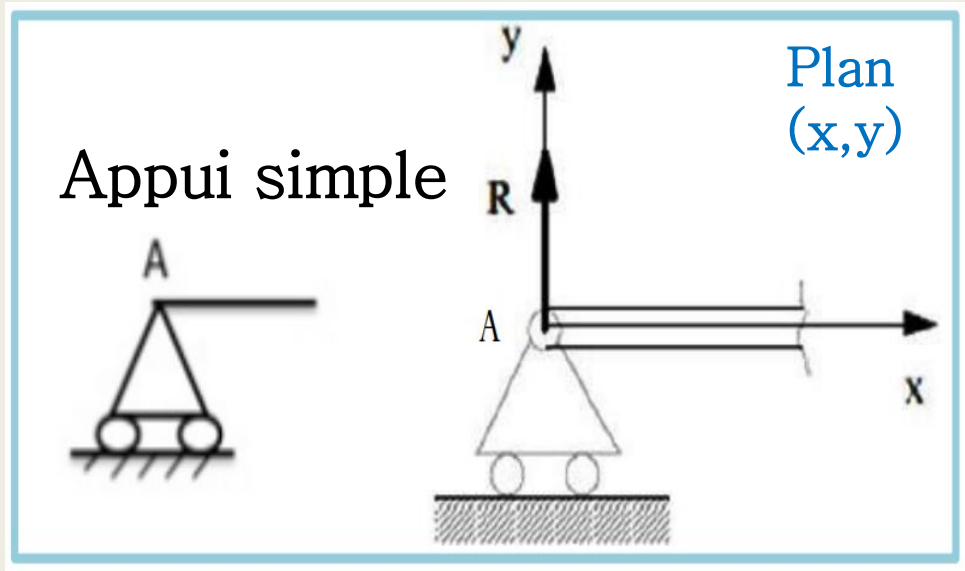


▪ Liaison ponctuelle ou Appui simple



Degrés de liberté	
Tx	Rx
Ty	Ry
0	Rz

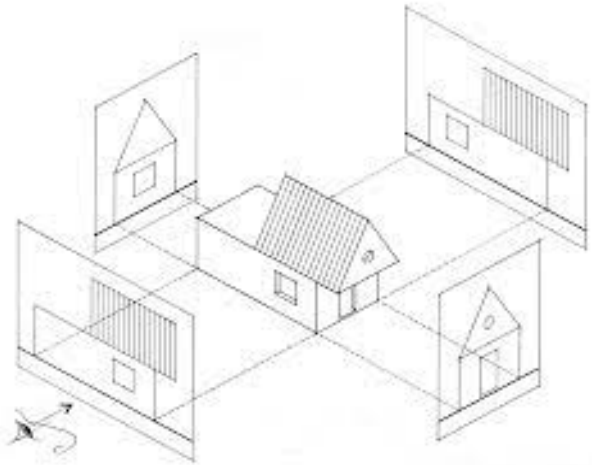
Degrés de liaison	
0	0
0	0
Fz	0



5.3. Types de liaisons pour un problème plan

- Définition d'un problème plan:

On appelle problème plan, un problème modélisé par une structure plane à plan moyen, avec des liaisons planes et chargée dans ce plan (i.e. les charges appliquées appartiennent à ce plan médian).



- Conséquence:

A retenir !

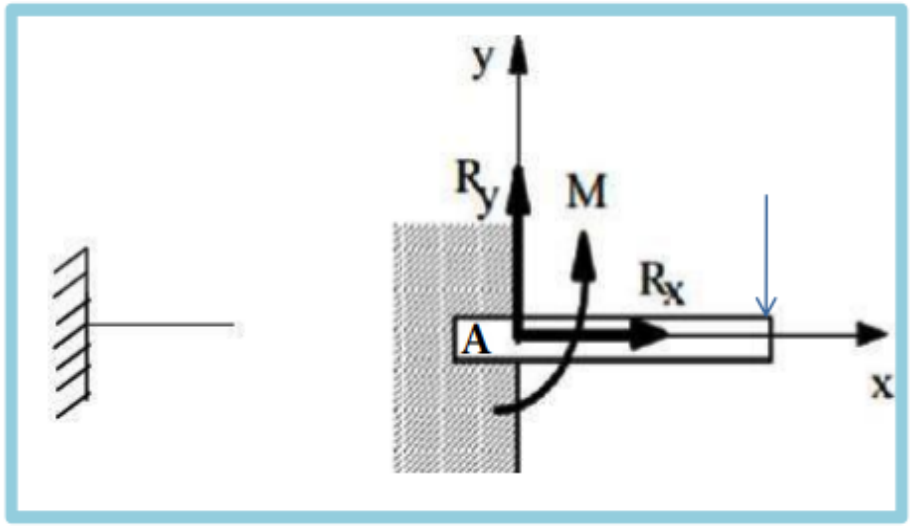
Un chargement dans un plan signifie que les forces n'ont pas de composantes sur l'axe (O, $\vec{z}$), ***et que les moments*** n'ont pas de composantes suivant (O, $\vec{x}$) ***et*** (O, $\vec{y}$).

Liaison encastrement :

Cette liaison reliant la poutre à une pièce considérée comme **fixe**, on représente une liaison encastrement par le symbole de la masse.

Les actions de liaison ont les caractéristiques suivantes :

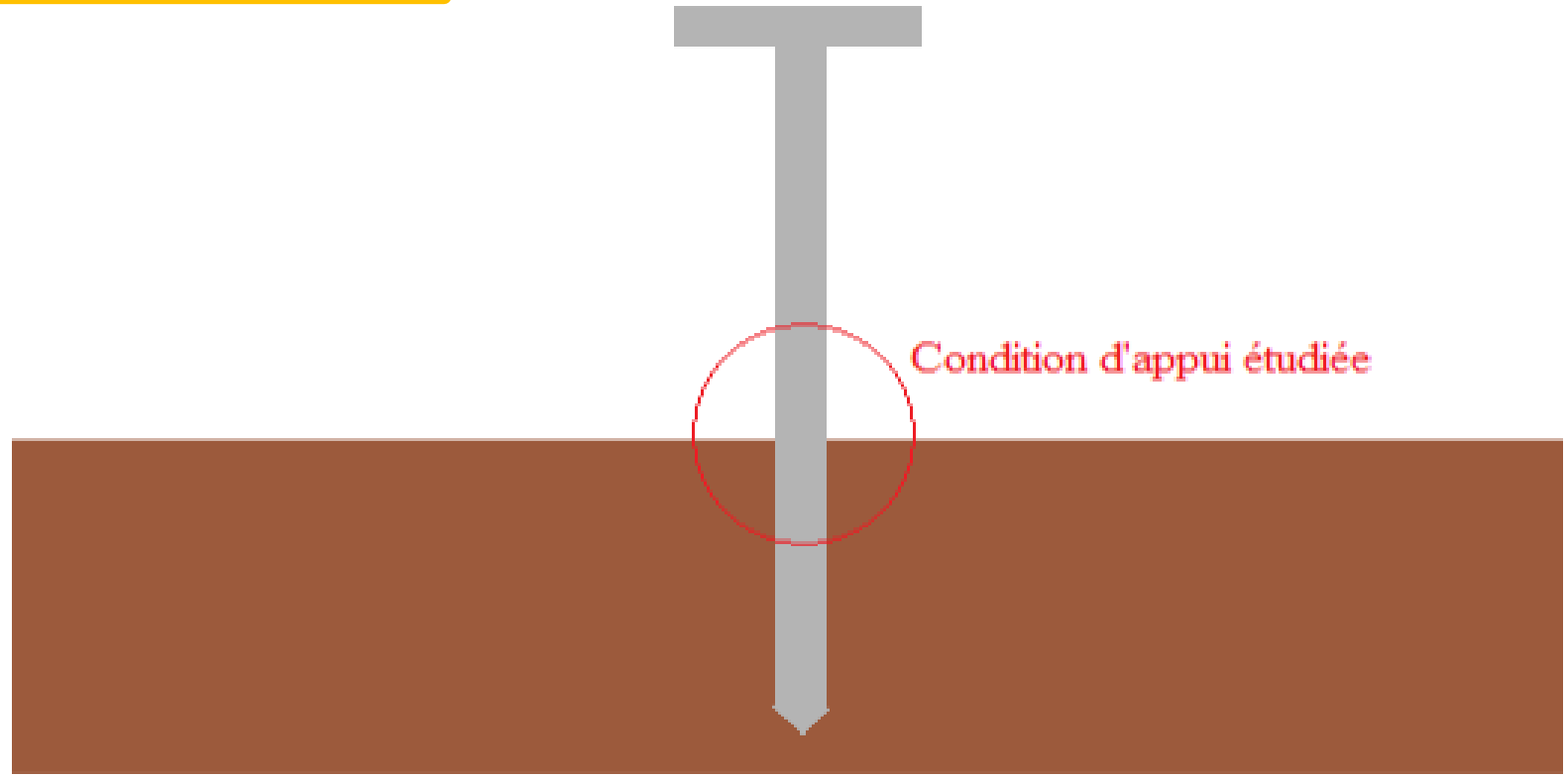
- Point d'application A,
- Composantes R_X et R_y de la force de liaison inconnues,
- Moment d'encastrement M inconnu.



L'encastrement introduit donc 3 inconnues (R_x, R_Y et Mz).

A retenir !

Exemple d'un encastrement : clou (en gris) planté dans une planche (en marron)

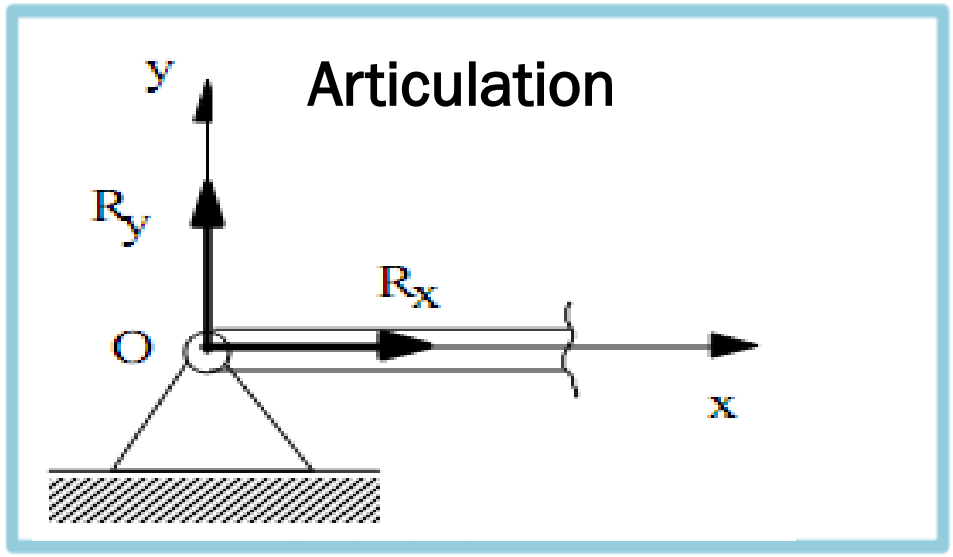


Etude cinématique

- *Le déplacement horizontal est-il possible ? NON. Il existe donc une réaction d'appui horizontale.*
- *Le déplacement vertical est-il possible ? NON. Il existe donc une réaction d'appui verticale.*
- *La rotation est-elle possible ? NON. Il existe donc une réaction d'appuis en moment.*

Liaison Pivot (articulation):

Elle impose deux blocages en translation suivant les axes Bx et By, et la rotation reste libre. L'articulation fait donc naître les deux composantes de la force de liaison.



A retenir !

L'articulation introduit donc 2 inconnues (X_B et Y_B).

Exemple d'articulation:

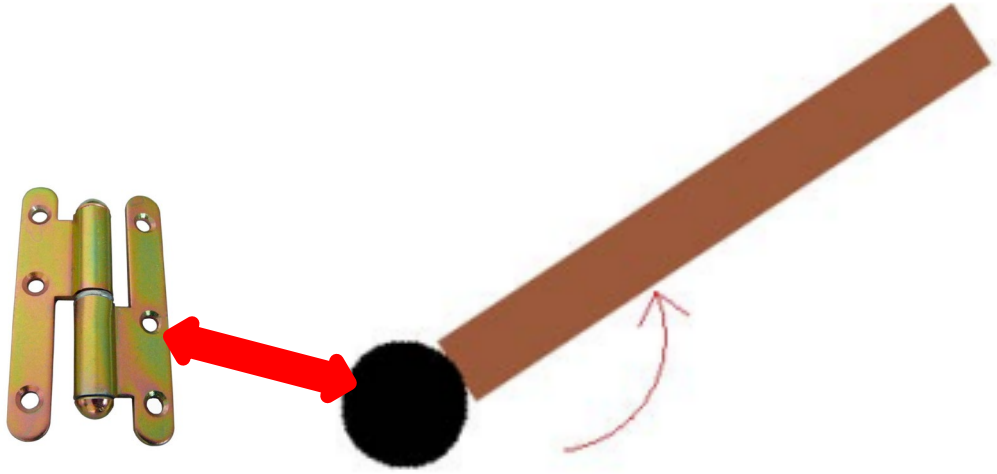
porte (en marron) rotulée par un gond (en noir)

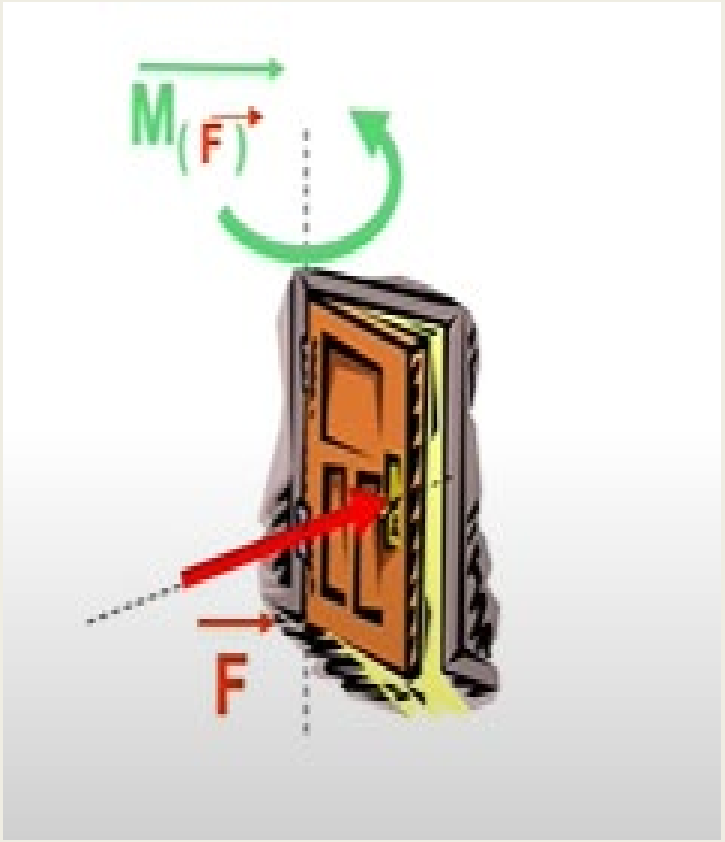
Condition d'appui analysée

Etude cinématique

- *Le déplacement horizontal est-il possible ? NON, le gond bloque ce déplacement. Il existe donc une réaction d'appui horizontale.*
- *Le déplacement vertical est-il possible ? NON, le gond bloque ce déplacement. Il existe donc une réaction d'appui verticale.*
- *La rotation est-elle possible ? OUI*

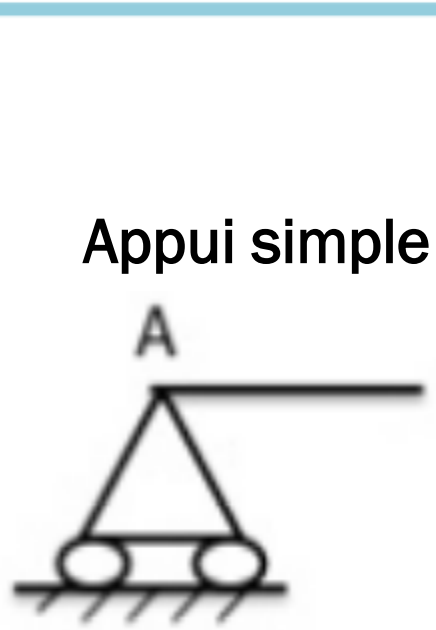
×2 (ou plus)

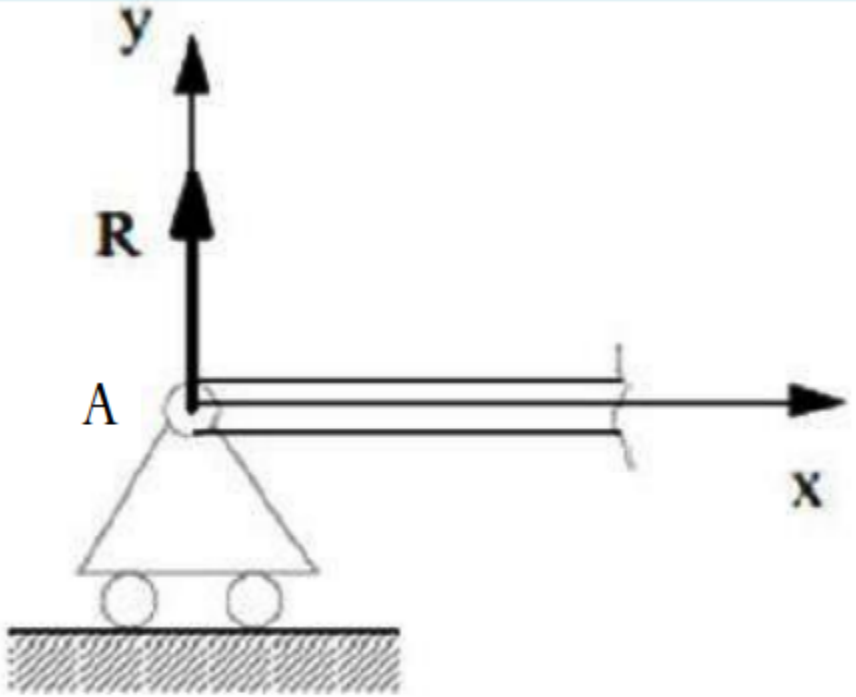




Liaison appui-simple: L'appui simple impose un seul blocage en translation dans la direction normale à la surface d'appui. Il fait ainsi naître une force de liaison dans cette direction.

Appui simple

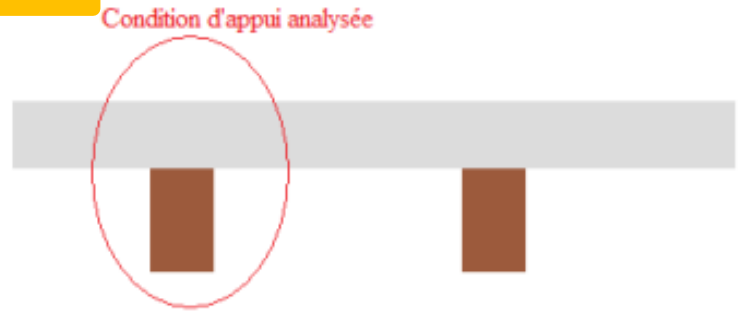




A retenir !

L'appui simple introduit donc une inconnue Ry .

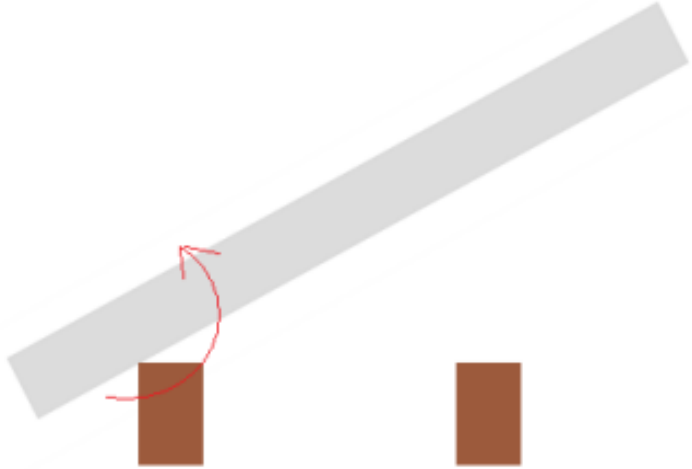
Exemple d'appui simple 2D : poutre (en gris) sur deux appuis (en marron)



Etude cinématique

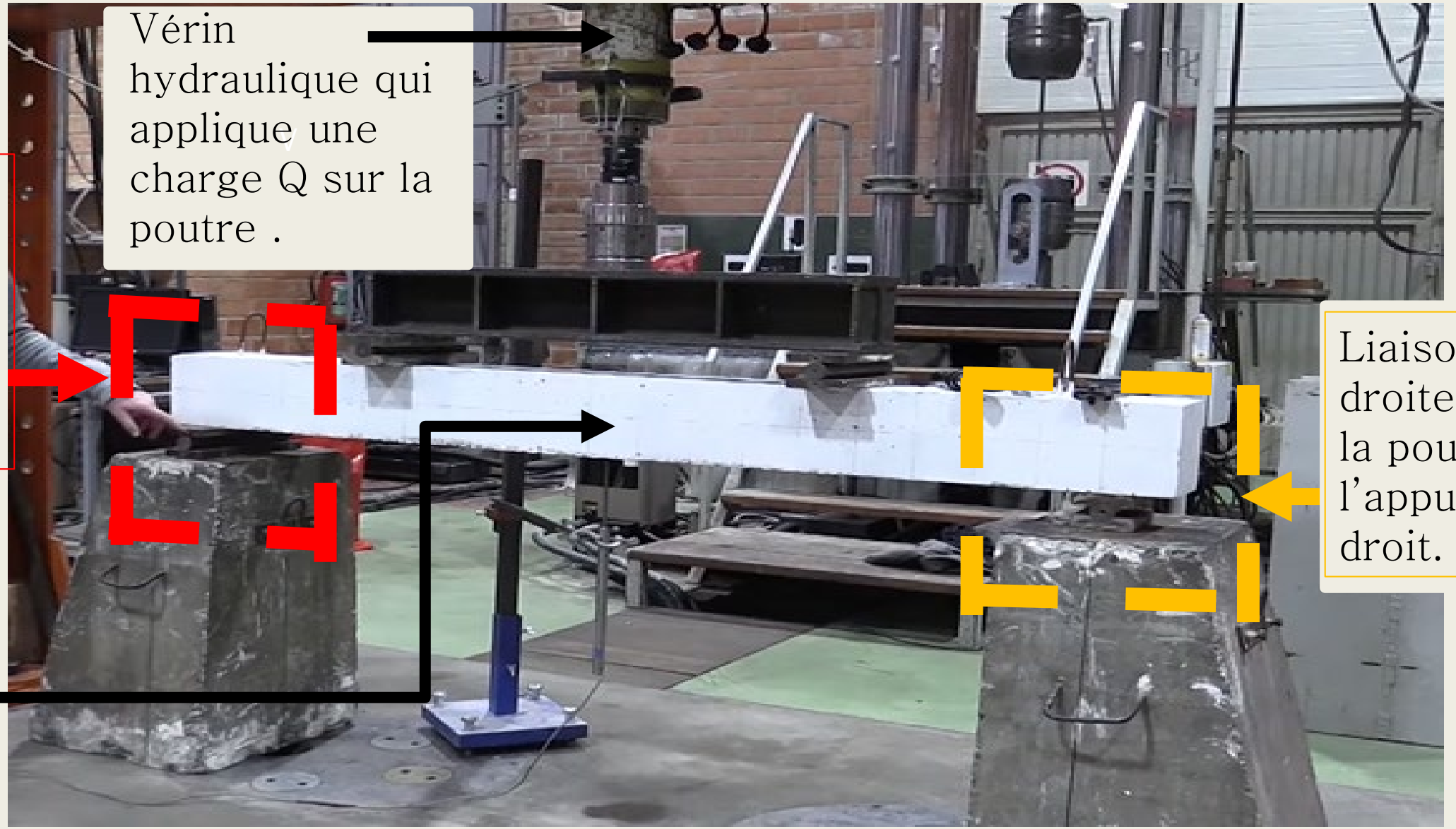
- *Le déplacement horizontal est-il possible ? OUI*

- *Le déplacement vertical est-il possible ? NON pas dans le sens haut vers le bas qui est le sens qui nous intéresse en génie civil. Il existe donc une réaction d'appui verticale.*
- *La rotation est-elle possible ? OUI*

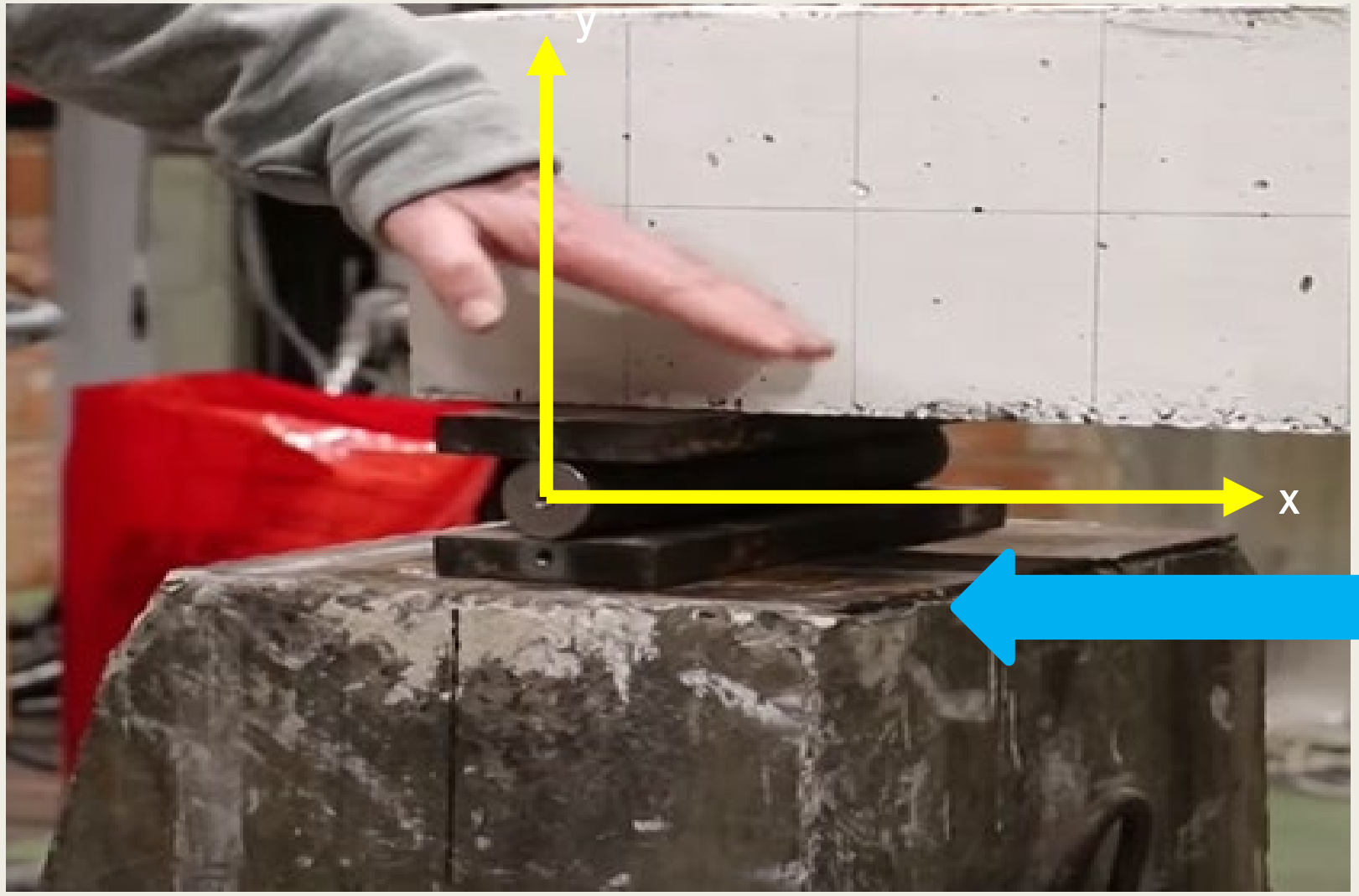


- **Exemple:** essai de flexion sur une poutre en béton armé dans un laboratoire GC en Belgique.

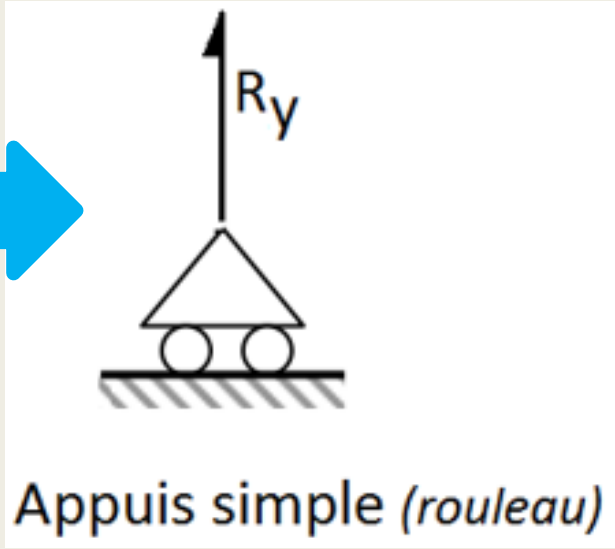
{ **Source**: https://www.youtube.com/watch?v=D4EeArAwAEc }



- Liaison gauche: Liaison ponctuelle dans le plan (X,Y) (linéaire rectiligne de normale $\vec{y}$ $dans\ l'espace$).

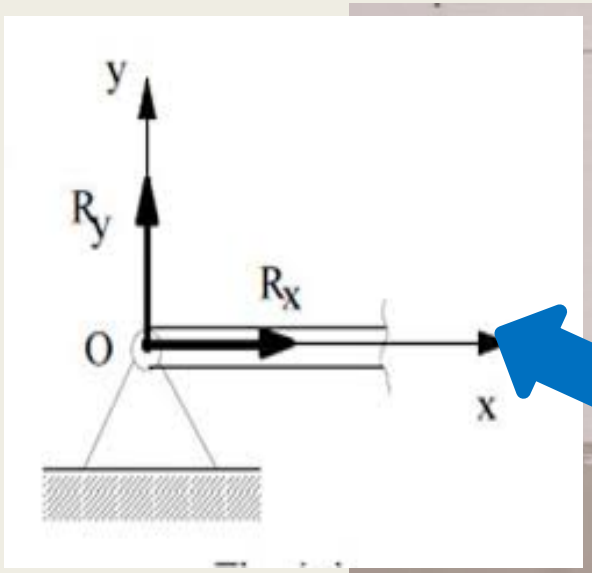


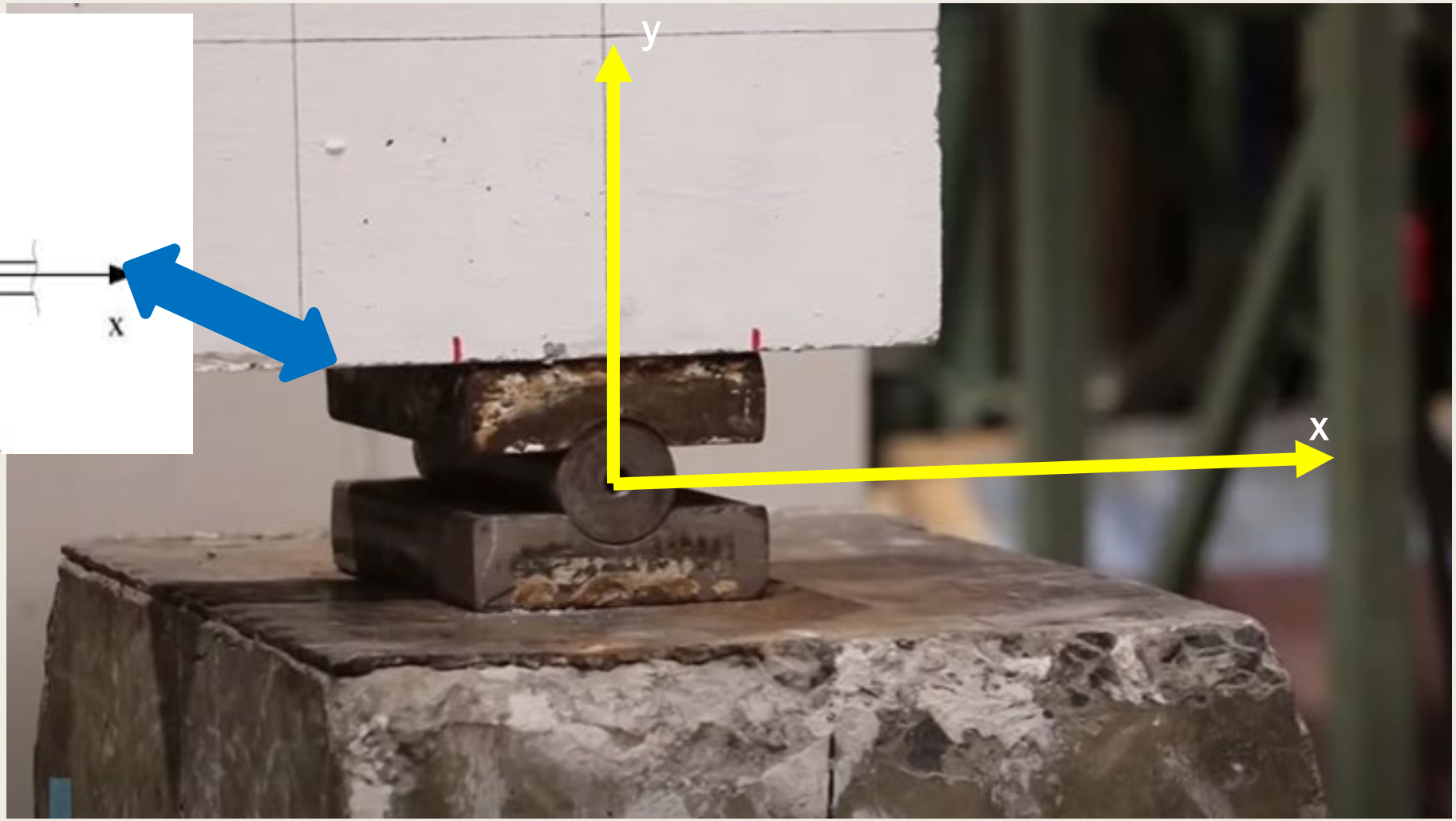
Cette liaison assure un mouvement de rotation de la poutre par rapport à l'appui gauche et une translation suivant $\vec{x}$, notéeT_x.



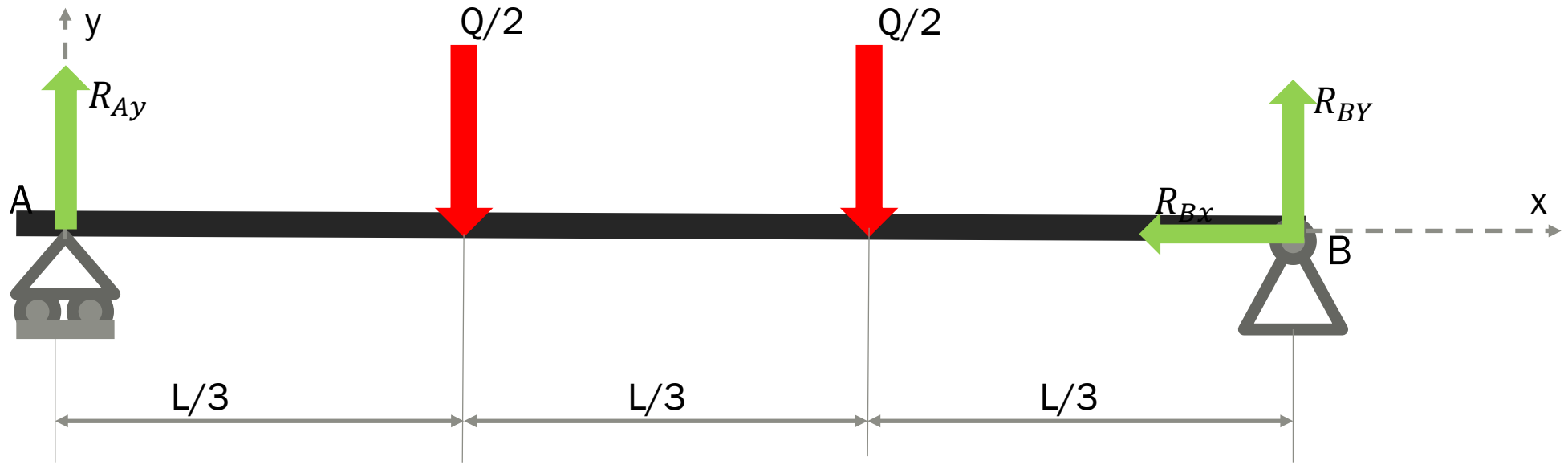
- **Liaison droite: articulation d'axe $\vec{z}$**

Afin d'assurer la stabilité de la poutre, il faut que cette liaison bloque ou empêche la poutre de se déplacer suivant x (bloquer Tx de la liaison gauche).

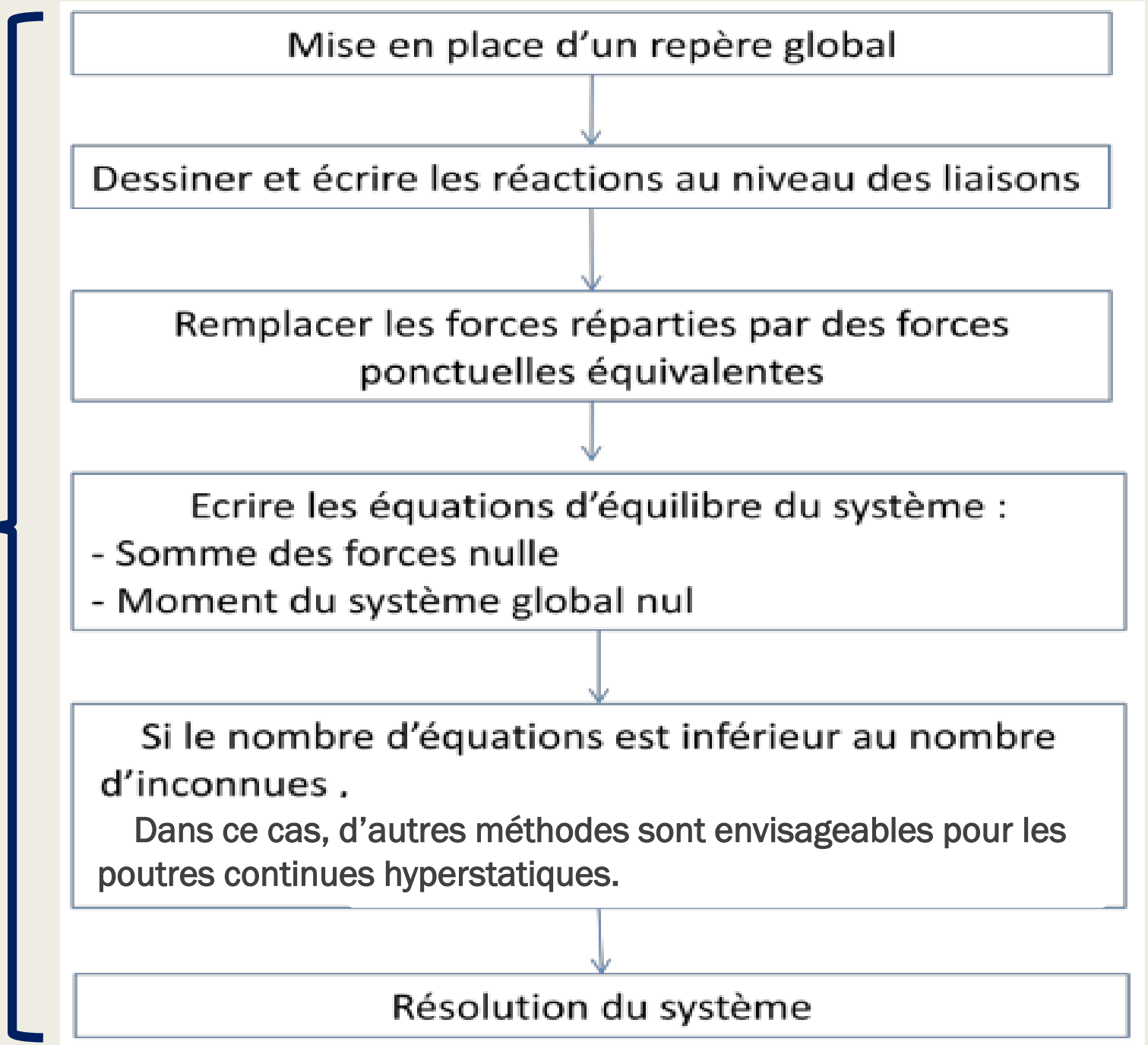




Ainsi, la modélisation R.d.M de la poutre précédente est la suivante:

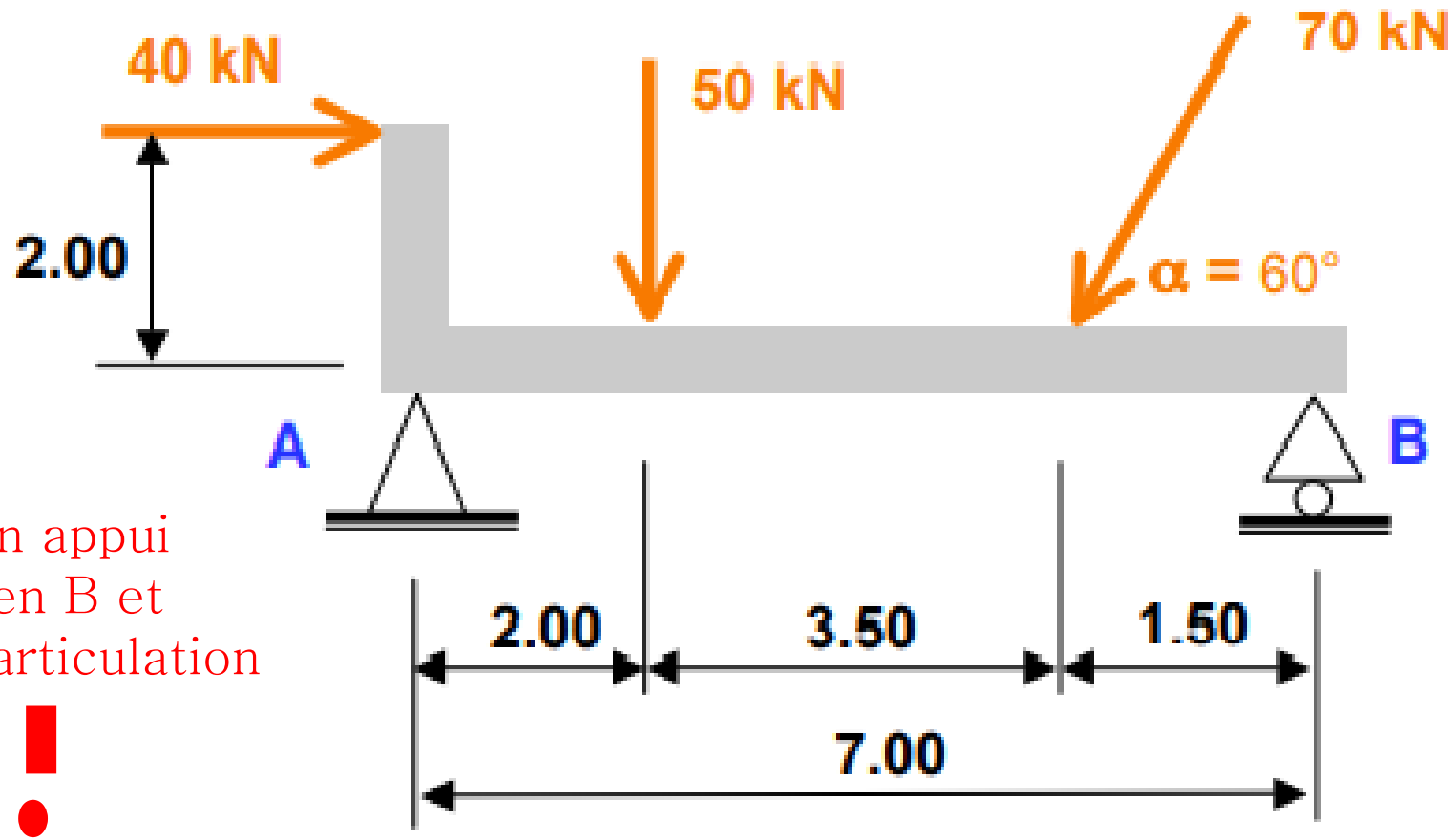


♦ Méthode de détermination des réactions d'appuis: LOGIGRAMME.



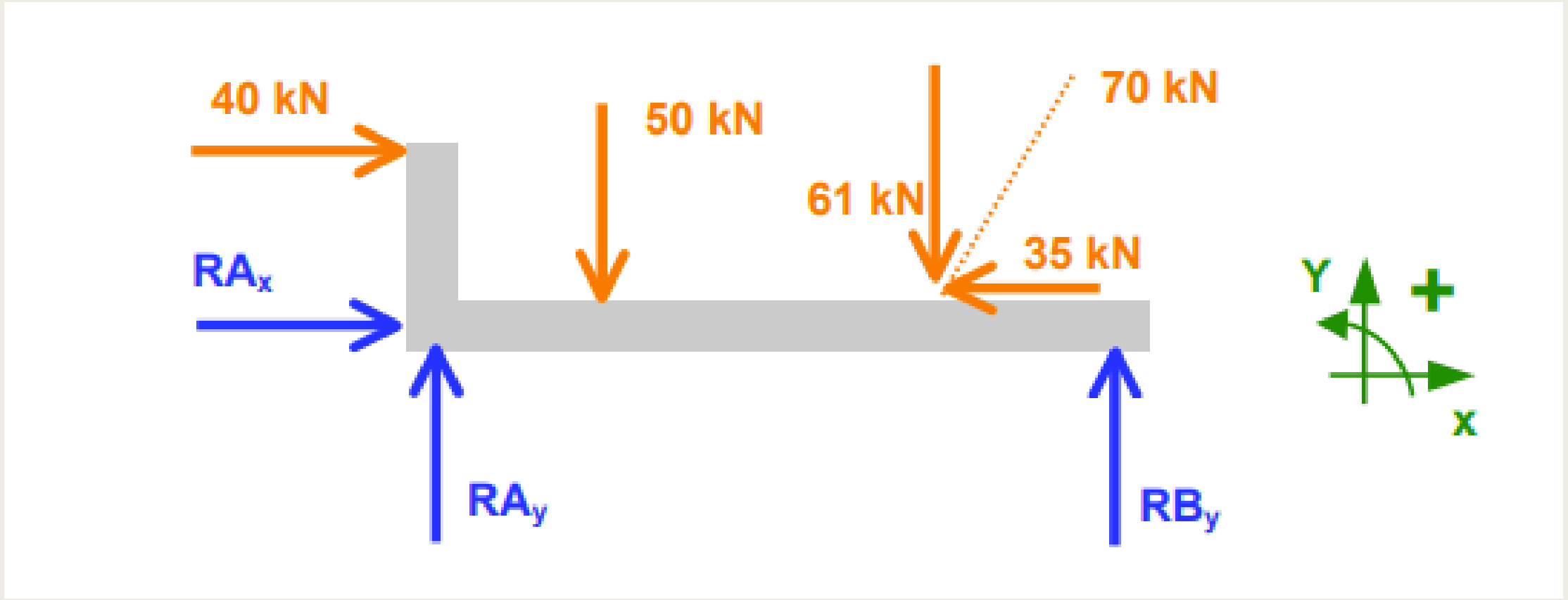
▪ EXEMPLE DE CALCUL DES INCONNUES DE LIAISONS

Calcul des réactions d'appuis de la poutre ci-dessous.



▪ Liaison appui simple en B et liaison articulation en A.

- **Solide isolé:** la poutre



Equations d'équilibre :

$$\Sigma \text{ Forces}_x = 0$$
$$\Sigma \text{ Forces}_y = 0$$
$$\Sigma \text{ Moments}_i = 0$$

➔ 3 inconnues; RA_x RA_y RB_y ➔ système isostatique

N.B: si le nombre d'inconnues de liaison est strictement supérieur à 3, on parle d'un système hyperstatique, c.-à-d. on a plus d'inconnues que d'équation du PFS.

A retenir !

■ Résolution du système d'équation

Σ Forces $_x$ = 0 ➔ $40 + (-35) + RA_x = 0$

$RA_x = -5$ kN (1)

Σ Forces $_y$ = 0 ➔ $(-50) + (-61) + RA_y + RB_y = 0$

$RA_y + RB_y = 111$ kN (2)

Σ Moments $_A$ = 0 ➔ $(-2.0*40) + (-2.0*50) + (-5.5*61)$

$+ (7.0* RB_y) = 0$

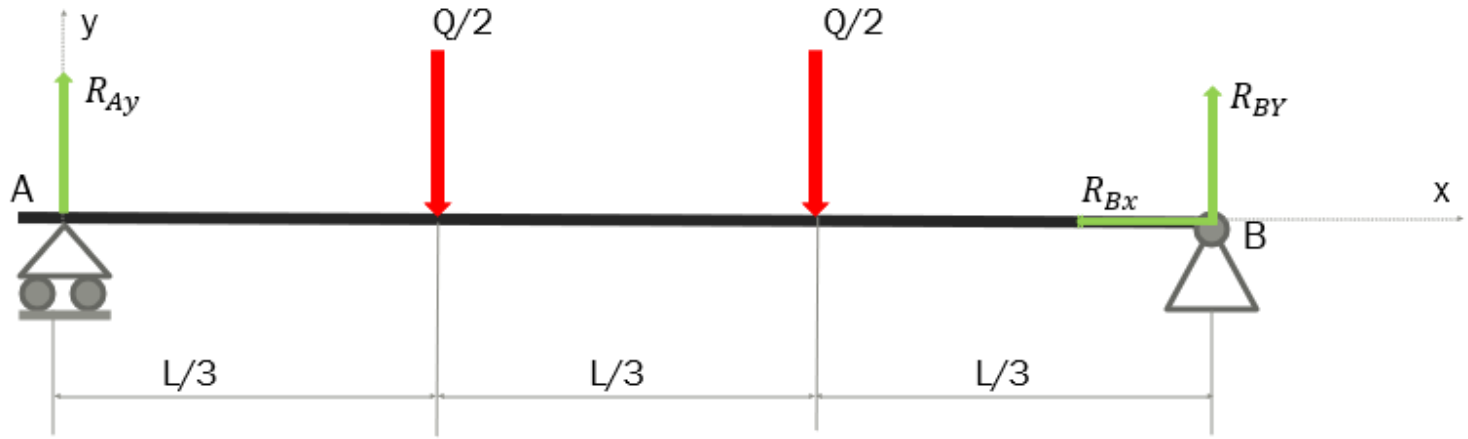
$RB_y = 515.5 / 7 = 73.6$ kN (3)

En injectant (3) dans (2) il vient

$RA_y = 111 - 73.6 = 37.4$ kN

APPLICATION1:

Prenons le modèle théorique de l'exemple précédent:

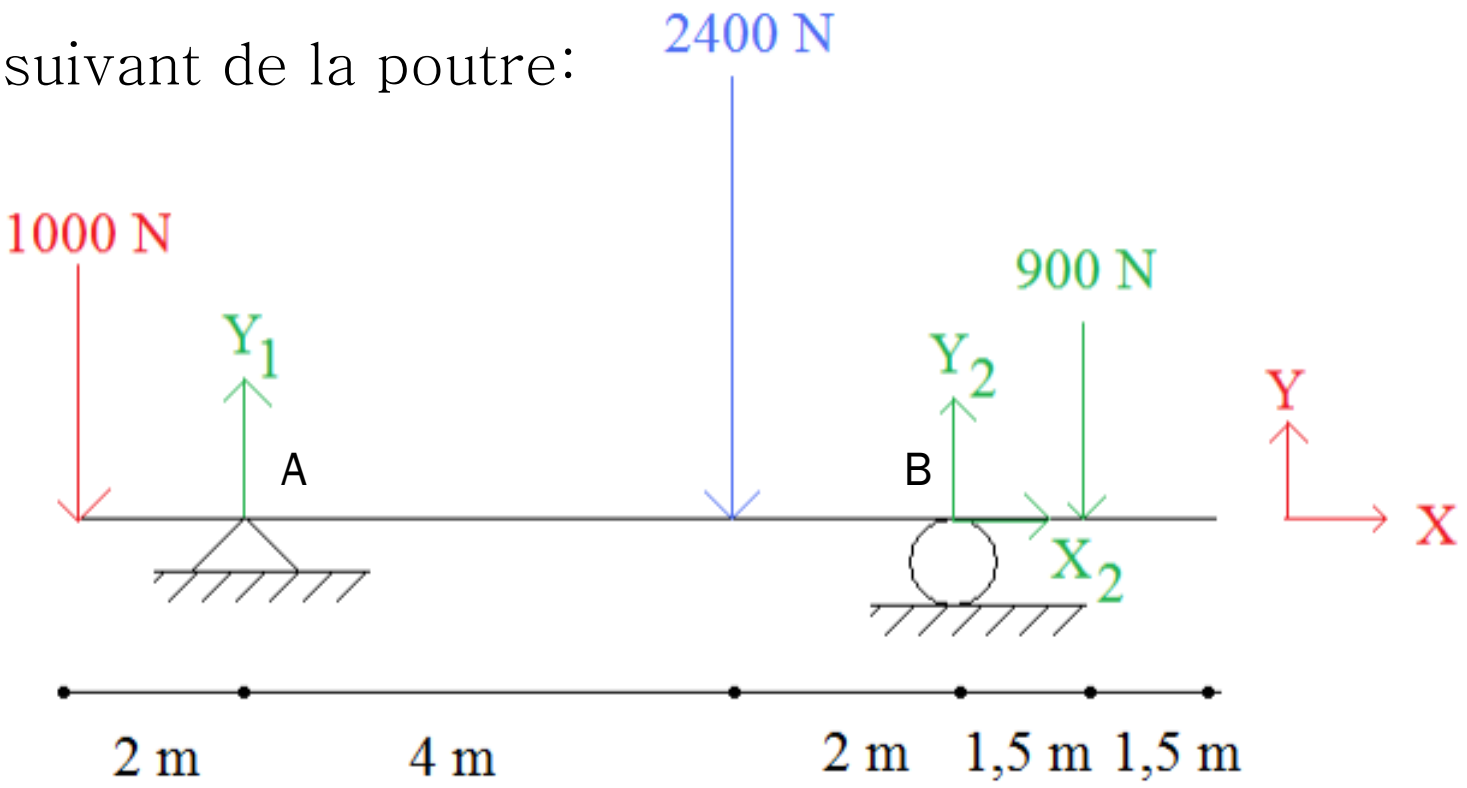


- **Travail demandé:** Déterminer les inconnues de liaisons en A et B.

⇒ **Piste:** Appliquer le P.F.S, en isolant la poutre, dans le point qui contient le plus d'inconnues de liaison.

APPLICATION2:

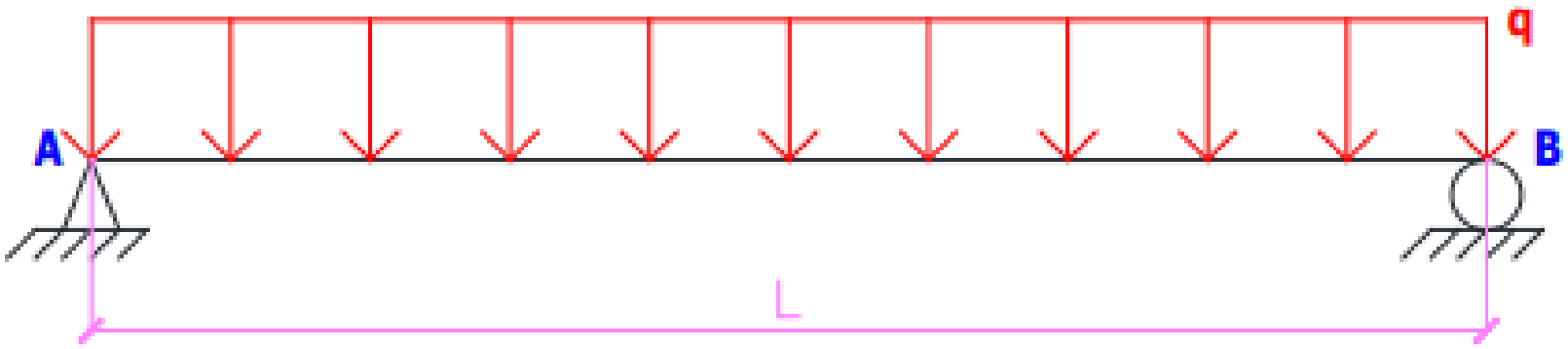
Soit le chargement suivant de la poutre:



- **Travail demandé:** Déterminer les réactions au niveau des liaisons.

APPLICATION3:

Soit le chargement suivant de la poutre:



$q = 800N/m$ $L = 12m$

- **Travail demandé:** Déterminer les inconnues de liaisons en A et B.