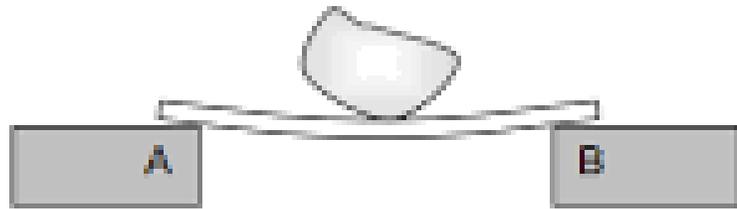
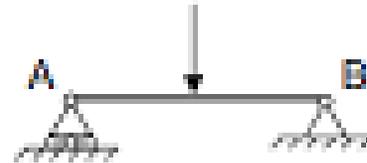


Chapitre IV: Généralités sur la Résistance des matériaux - RDM



Situation réelle



Modèle

1- Mise en situation

- Cette partie de la résistance des matériaux a pour but l'exposé des méthodes sur lesquelles se base la détermination ou la vérification des dimensions de l'ouvrage projeté.
- Elle permet, en outre, d'établir ses conditions de résistance en tenant compte des variations qui peuvent se produire dans la valeur des forces extérieures.

La Mécanique

```
graph TD; A[La Mécanique] --> B[Mécanique du solide indéformable]; A --> C[Mécanique des milieux déformables];
```

Mécanique du solide indéformable

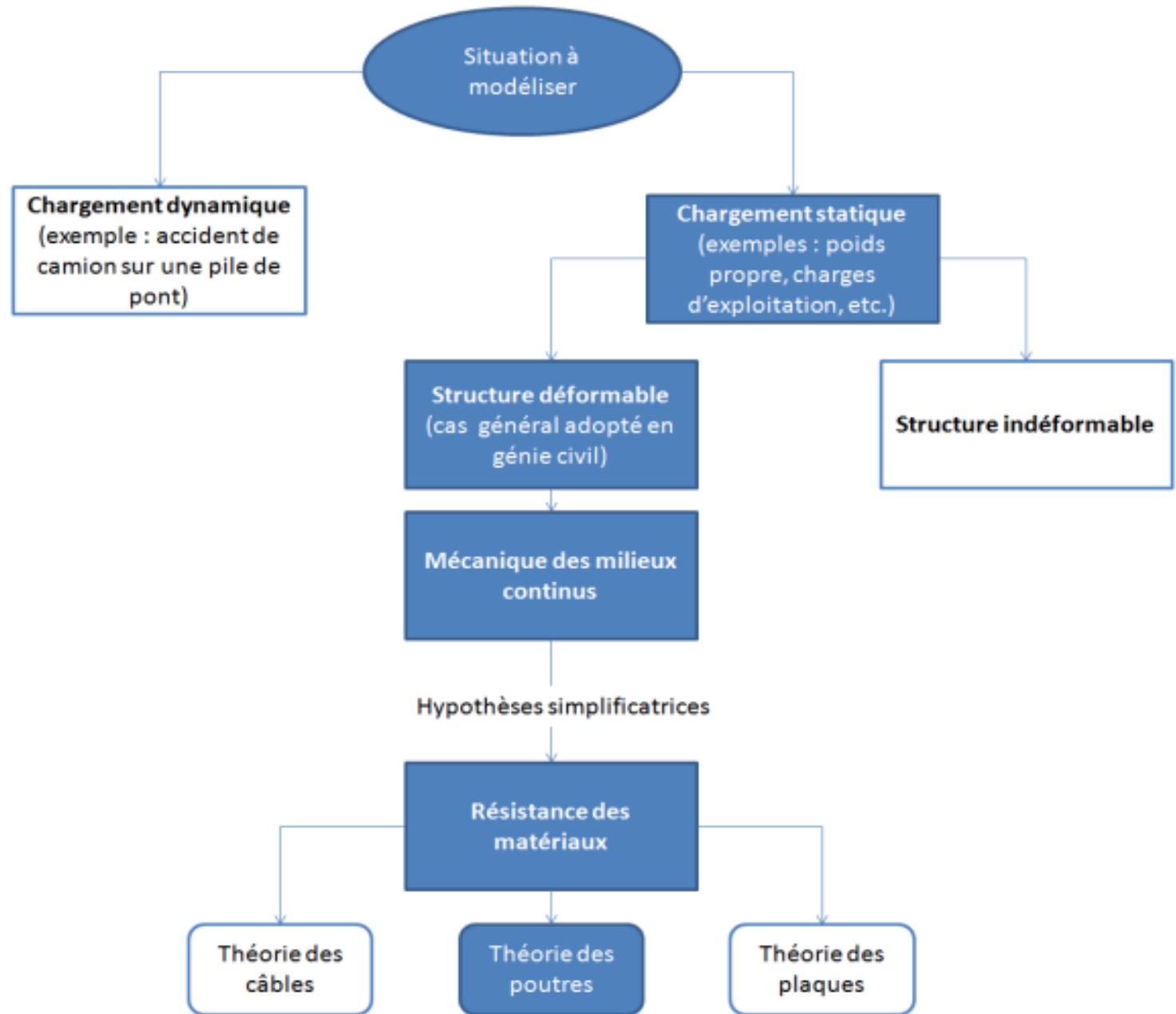
- Mécanique du point matériel,
- Mécanique de solides.
- ...

Mécanique des milieux déformables

- R.D.M,
- Théorie de plaques.
- ...

La R.d.M s'intéresse à l'étude de la résistance des STRUCTURES en béton armé (cas d'une maison) ou en acier (cas d'une usine en charpente métallique) face aux actions mécaniques extérieures.

- L'objet de ce cours est la théorie des poutres:



Rappel: la RdM se base sur le Principe fondamental de la statique.

Principe Fondamental de la Statique (PFS)

Un solide sous l'action de n forces reste en équilibre si :

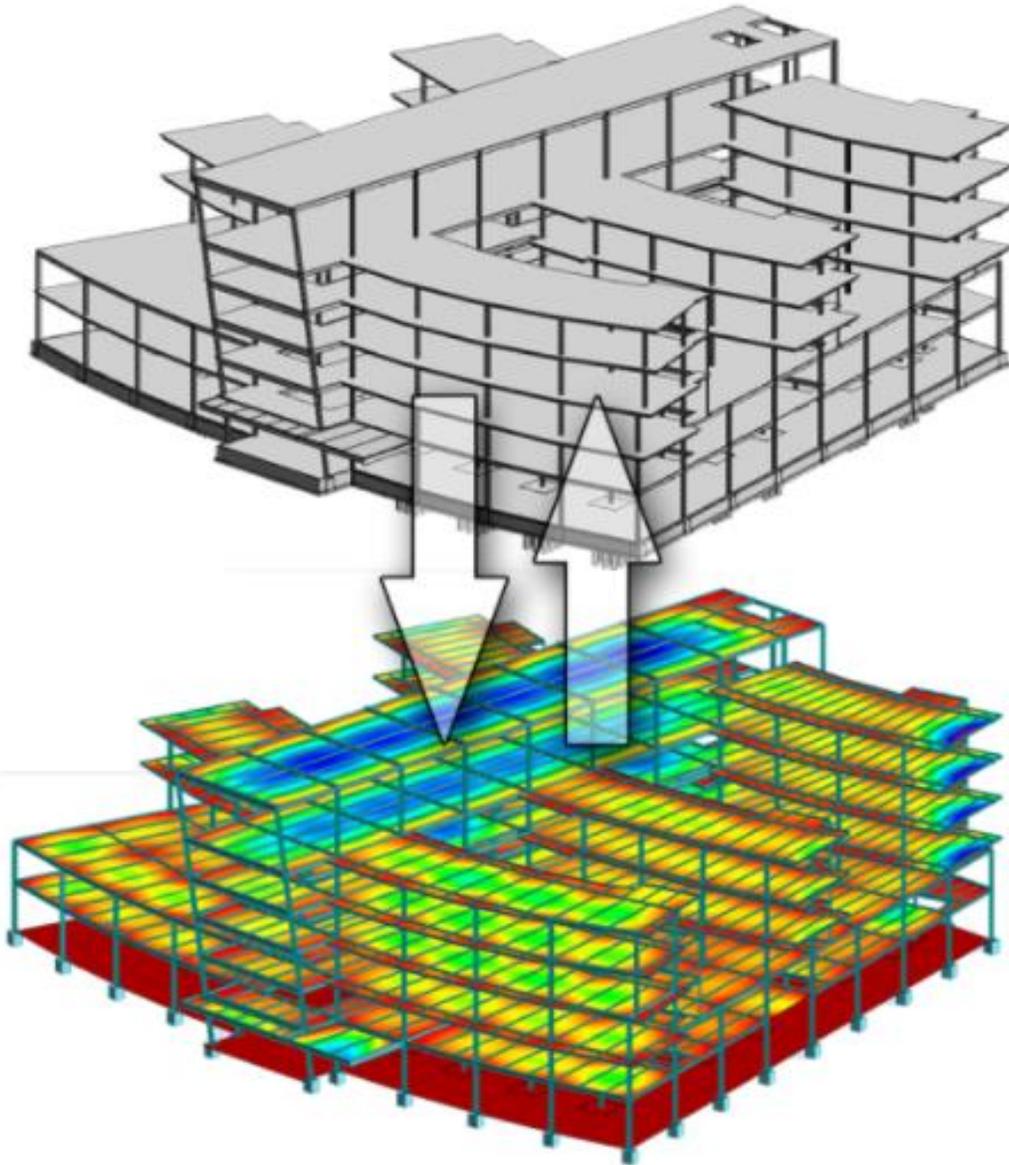
1) La somme vectorielle des forces est nulle

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0}$$

2) Le moment résultant de toutes les forces M_A en tout point A est nul

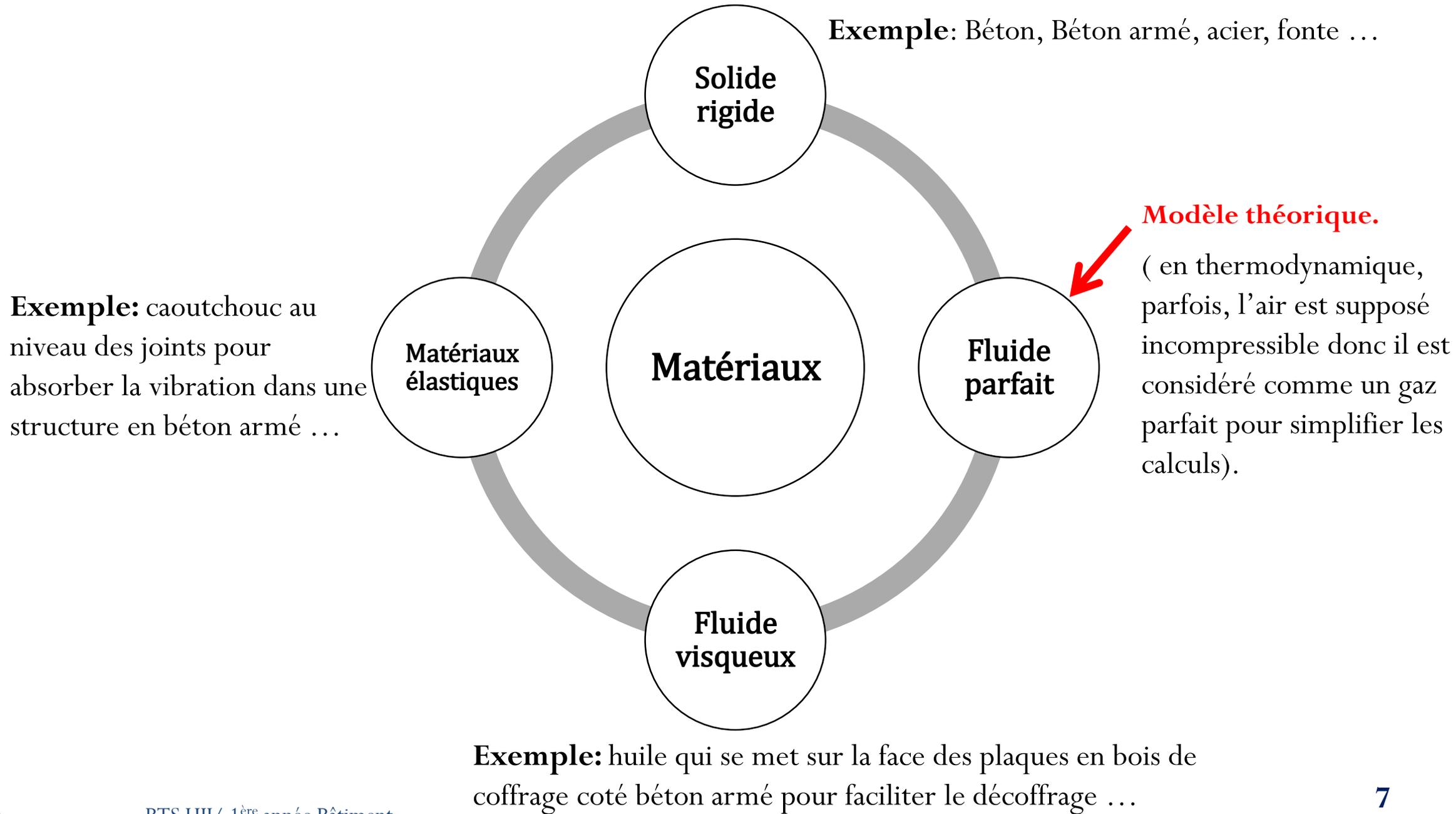
$$\vec{M}_A = \vec{M}_A(\vec{F}_1) + \vec{M}_A(\vec{F}_2) + \dots + \vec{M}_A(\vec{F}_n) = \vec{0}$$

Systeme réel



- Parties de la structure qui subissent plus d'efforts: c'est la structure porteuse (Semelles, Poteaux, Voiles, Poutres, Planchers).
- Donc une étude de sa **résistance** est primordiale pour le dimensionnement et le choix des **matériaux**.

Simulation par **DAO** (Dessin Assistée par Ordinateur)



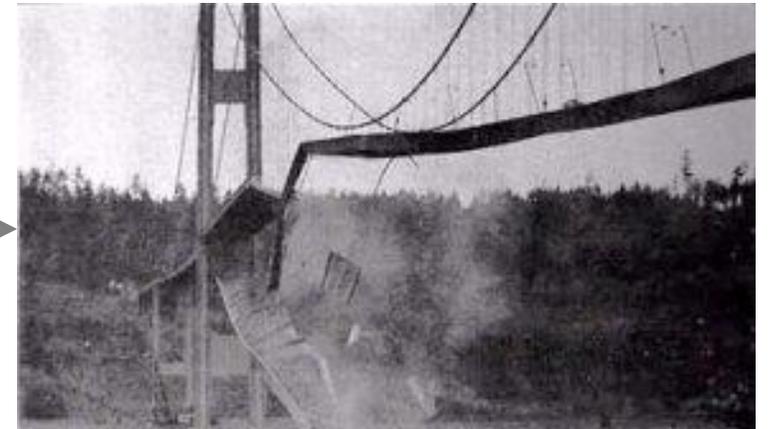
2- But de la RdM

La résistance des matériaux, R.D.M, est l'étude du comportement des solides déformables lorsqu'ils sont sollicités par des efforts extérieurs. Elle s'intéresse particulièrement aux calculs des dimensions des futurs ouvrages pour supporter les charges qui seront appliquées OU la vérification de la résistance d'un ouvrage existant afin d'estimer sa durée de vie.

Illustration: Pont de Tacoma aux USA en 1940 (https://www.youtube.com/watch?v=uhWQ5zr5_xc)



Destruction à cause de la résonance, suite à des oscillations croissantes du tablier dues à la charge des vents.



La R.D.M s'intéresse à:

- ❑ Connaître les caractéristiques mécaniques des matériaux ;
- ❑ Etudier la résistance mécanique d'un ouvrage ou d'une structure;
- ❑ Etudier la déformation d'un ouvrage ou d'une structure;
- ❑ Dimensionner une pièce ou une structure.

La **Rdm** permet de définir les formes, les dimensions et les matériaux des pièces mécaniques de façon à maîtriser leur résistance, leur déformation tout en optimisant leur coût.

- Un pont, par exemple, a été vérifié en Résistance des matériaux pour:
 - Assurer sa résistance sous son poids et celui des véhicules,
 - Assurer sa résistance au vent.



3- Hypothèses

3.1-Hypothèses sur le matériau

- **Isotropes** : On admet que les matériaux ont les mêmes propriétés mécaniques dans toutes les directions (hypothèse vraie pour les aciers, mais non applicable pour des matériaux tels que le bois ou les matériaux composites).

Contre exemple: Une planche de bois possède des veines et des nœuds rendant son comportement non isotrope (et non homogène également).

Néanmoins, une bonne qualité de bois et une bonne maîtrise de fabrication permet de s'approcher de cette hypothèse afin d'utiliser la RDM. Des coefficients de sécurité complémentaires dans les calculs sont généralement utilisés



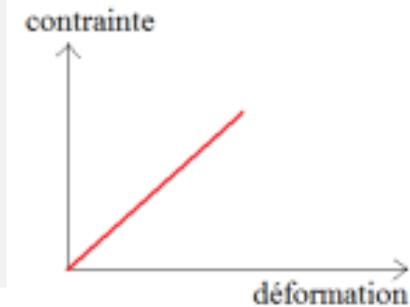
- **Homogènes** : on admet que les matériaux ont les mêmes caractéristiques en chaque point .

Contre exemple: Par sa nature hétérogène (granulats, pâte de ciment), le béton n'est donc pas un matériau de comportement homogène (voir photo ci-contre de béton désactivé). Cependant, à l'échelle d'un élément de structure (échelle macroscopique), il n'est pas incohérent de considérer un comportement homogène, ce qui autorise l'utilisation des outils de la RDM



- **Continus**: on admet que les matériaux n'ont pas de défaut macroscopique tels que fissures, porosité ...
- **Linéaire** : les relations entre les contraintes et les déformations sont linéaires

Remarque : La plupart des lois de comportement réelle ne sont pas linéaires. Néanmoins, pour de faibles déformations, cette hypothèse varie peu du comportement réel

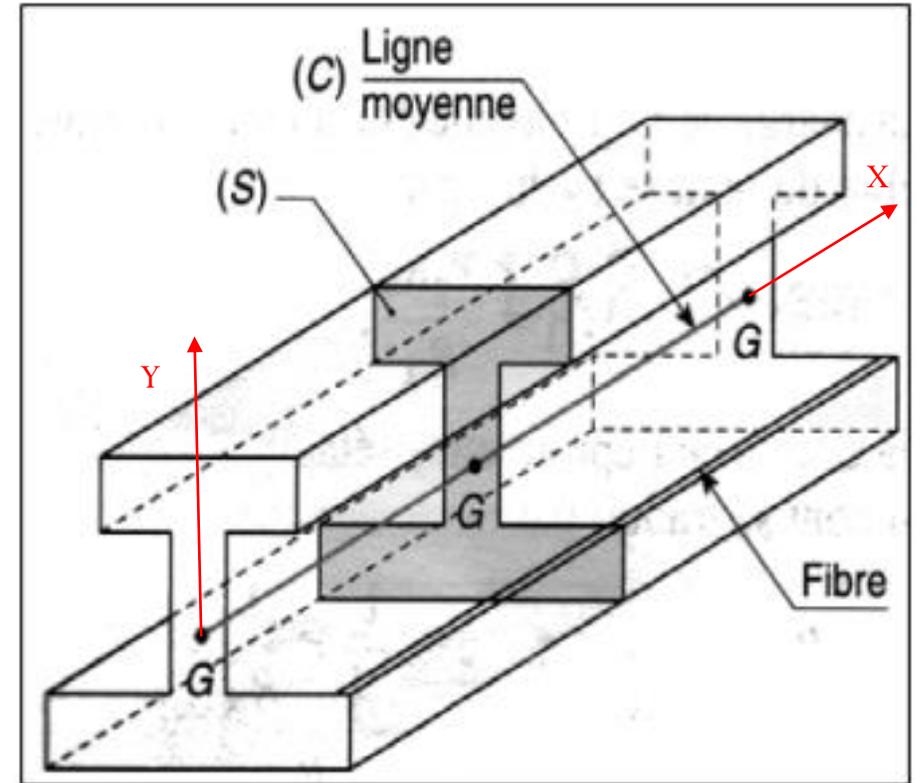


- **Élastique** : le solide reprend sa forme initiale si les forces appliquées sont supprimées

3.2–Hypothèses sur la forme de pièces

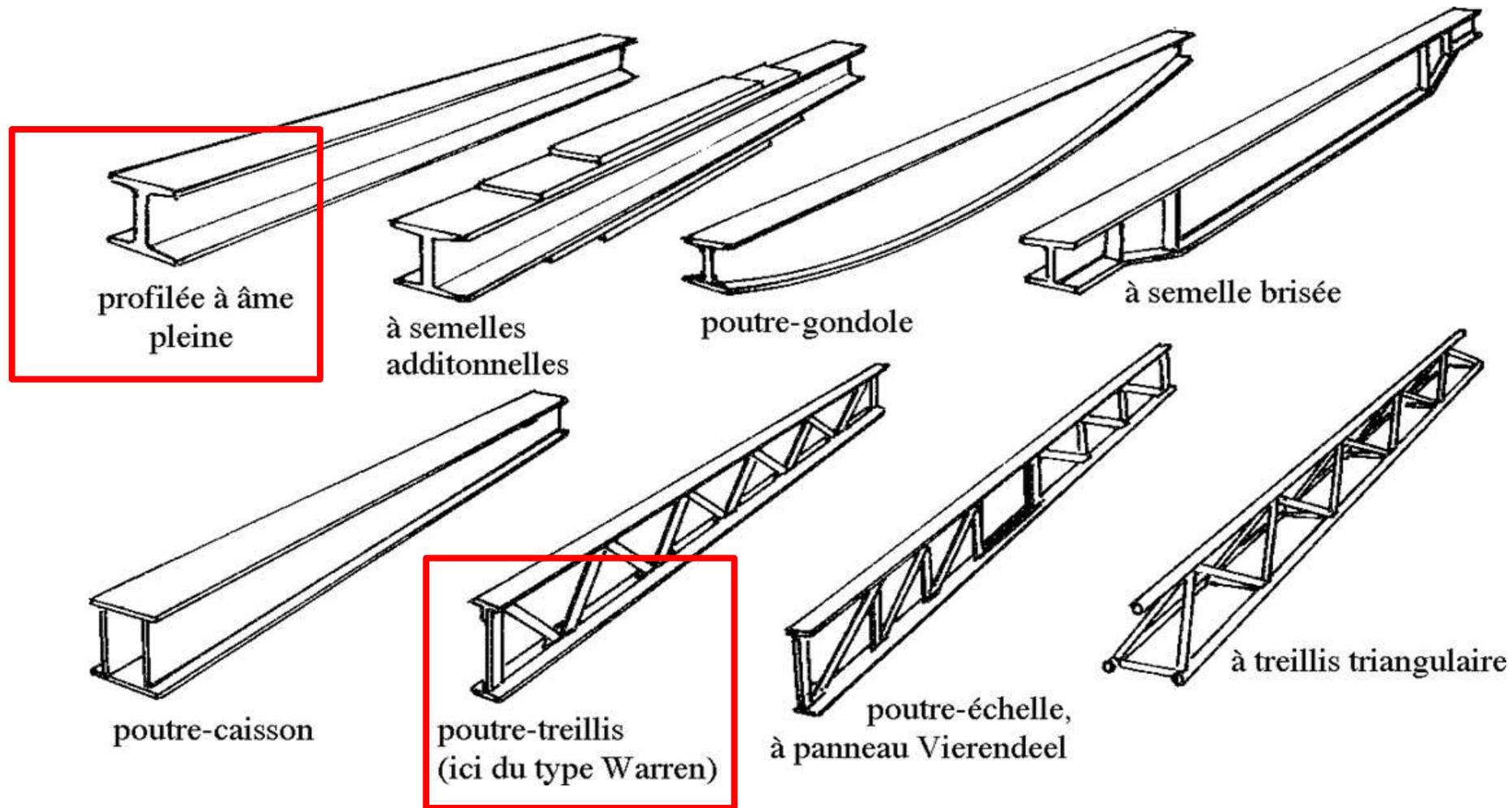
En RDM on étudie des solides de formes simples appelés poutre :

- ❑ C'est un solide engendré par le déplacement d'une section droite S .
- ❑ **La fibre moyenne** (L_m) : Ligne continue décrite par le centre G de S .
- ❑ Grande longueur par rapport aux dimensions transversales;
- ❑ Il n'y a pas de brusque variation de section,
- ❑ Le solide admet un seul et même plan de symétrie (X,Y) pour les charges et la géométrie.

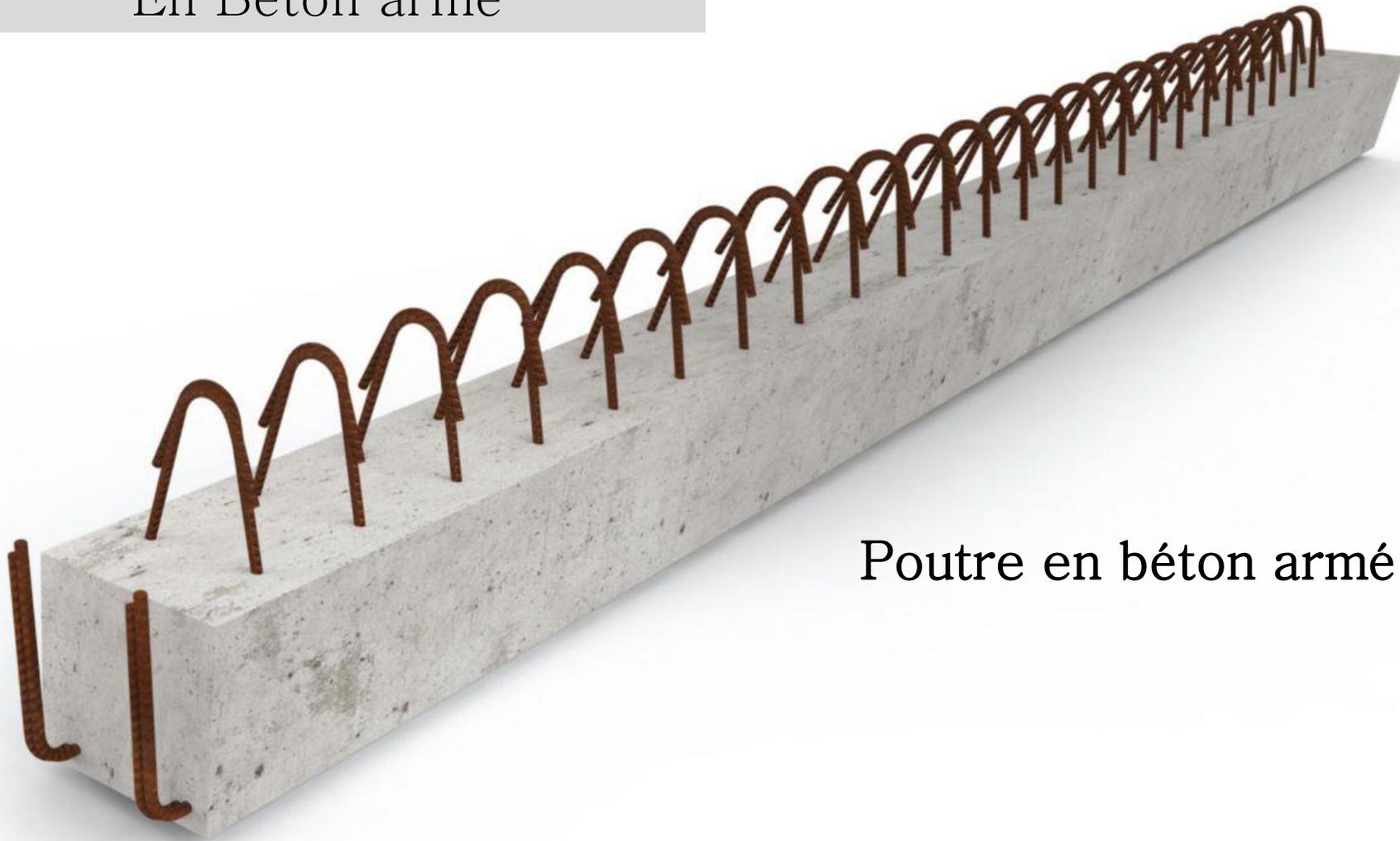


Types de poutres :

En charpente métallique

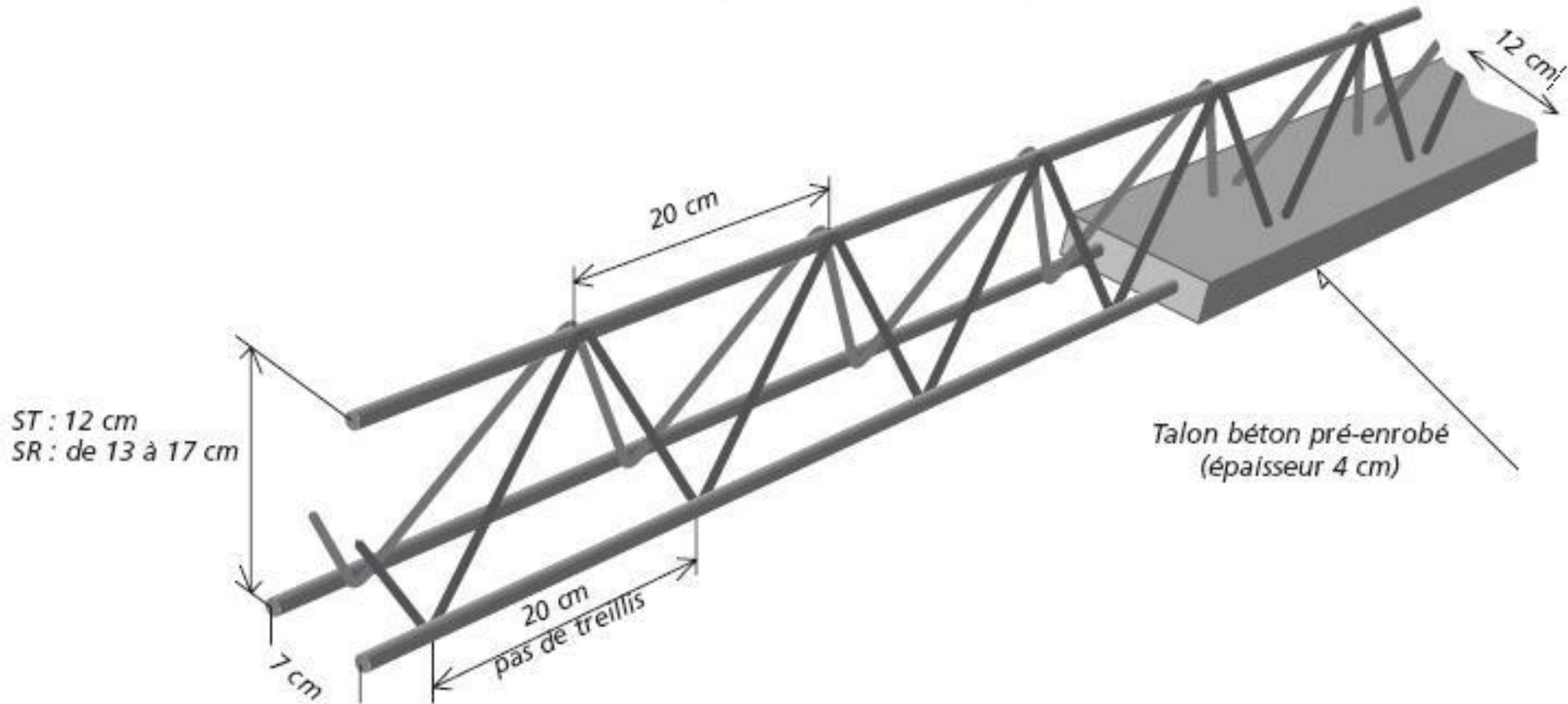


En Béton armé



Poutre en béton armé

Poutrelle en béton armé



Poutrelle en béton armé précontraint

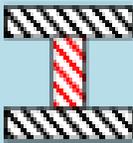
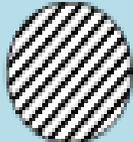


Définition du BA précontraint:

Avant le renversement du béton sur les armatures, ces dernières se mettent en tension (une sollicitation de traction, et ce afin d'améliorer la résistance mécanique du béton armé en traction, car les armatures tendues essaient de revenir à leur état initial, donc elles appliquent un effort de compression initial sur le béton.

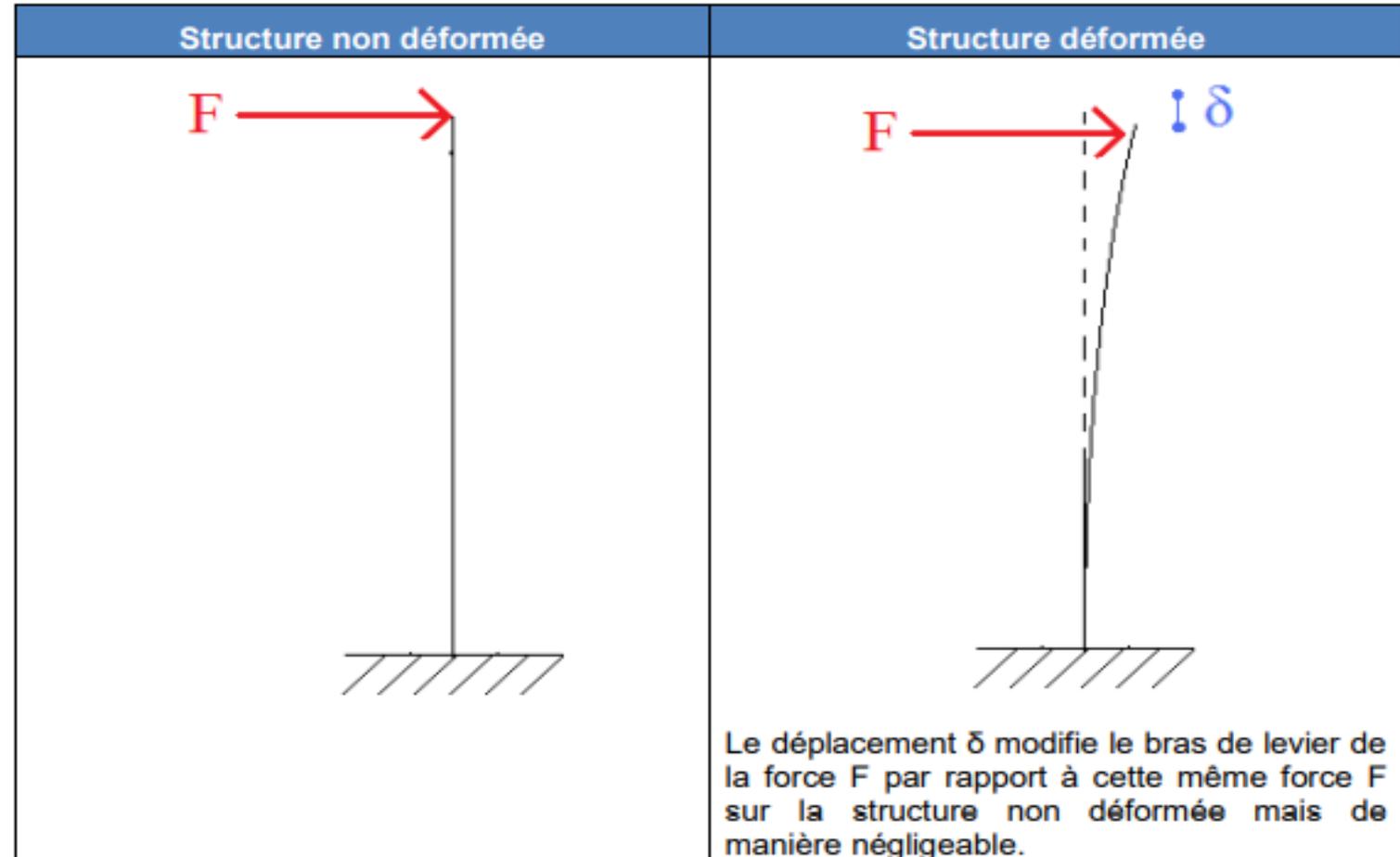
1^{ère} remarque: l'état de surface des armatures du béton précontraint est différent de celui du béton ordinaire (en fait, les barres de fer dans le cas précontraint doivent garantir une **adhérence** beaucoup plus grande que dans le cas du béton ordinaire).

✚ Types de sections :

TYPE DE SECTION							
Surface « S »	<i>Aire</i> Carré = Côté × Côté	<i>Aire</i> rectangle = Longueur × Epaisseur	<i>Aire</i> rectangle = Longueur × Epaisseur	<i>Aire Té</i> = Longueur × Epaisseur + Longueur × Epaisseur	<i>Aire I</i> = Longueur × Epaisseur + 2 × (Longueur × Epaisseur)	<i>Aire H</i> = Longueur × Epaisseur + 2 × (Longueur × Epaisseur)	<i>Aire</i> Cercle = $\pi \times \text{Diamètre}^2$ /4

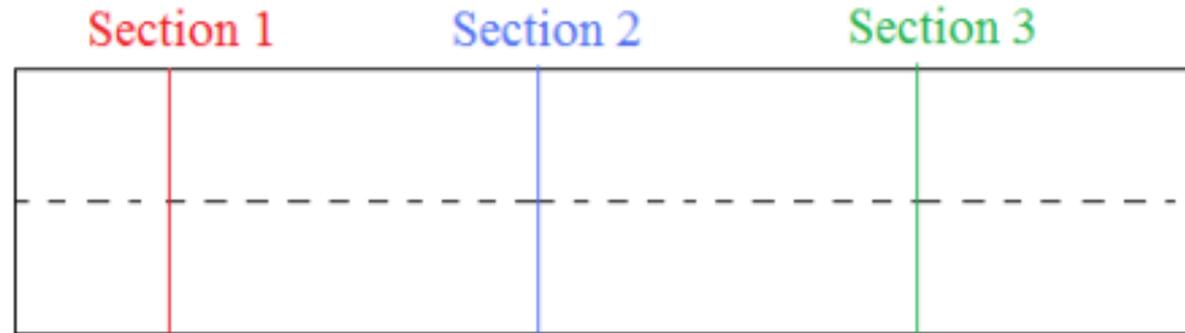
3.3- Hypothèses sur les déformations:

- Les déformations sont élastiques, cela veut dire que si l'on supprime les sollicitations, la pièce reprend sa forme initiale,
- Petites déformations : Les déformations restent faibles devant les dimensions de la poutre,

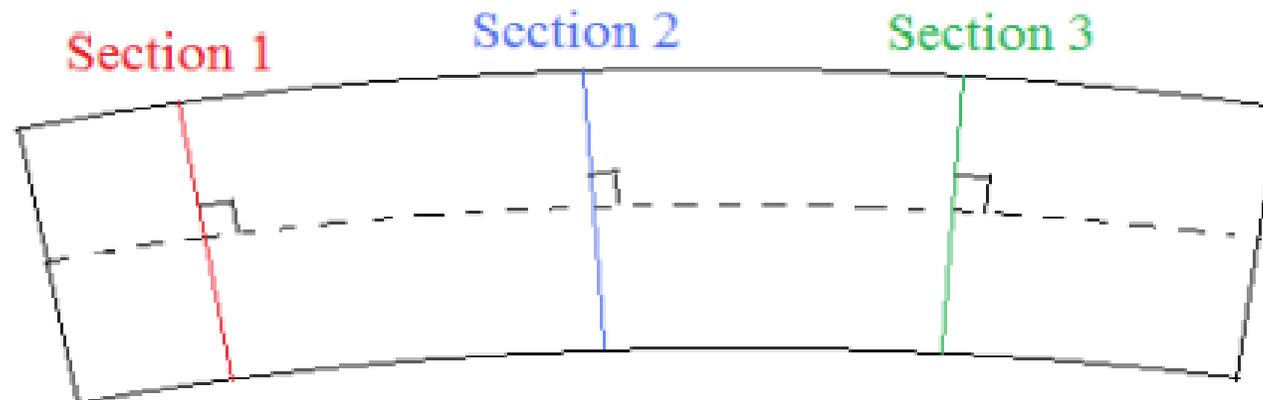


- **Hypothèse de Navier et Bernoulli** : Les sections planes perpendiculaires à la fibre moyenne avant déformation restent planes et perpendiculaires à la fibre moyenne, après déformation.

▪ **Etat initial**



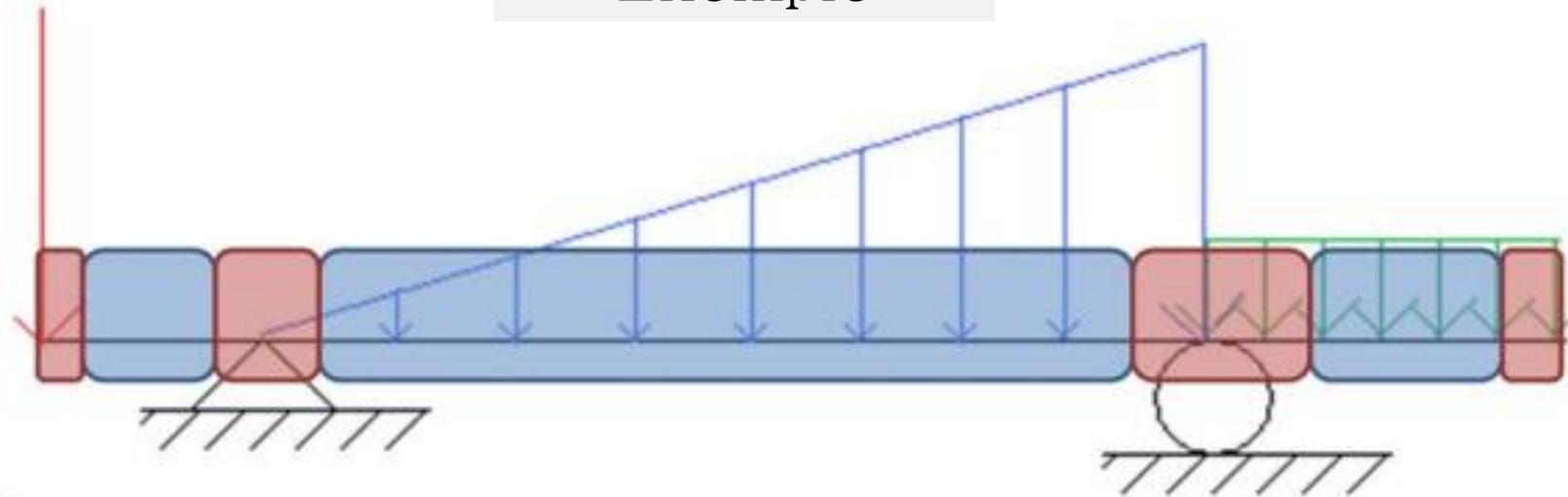
▪ **Etat déformé**



- Principe de Saint Venant:

les résultats de RDM restent valables pour des sections éloignées des singularités (cad au niveau des liaisons/appuis).

Exemple



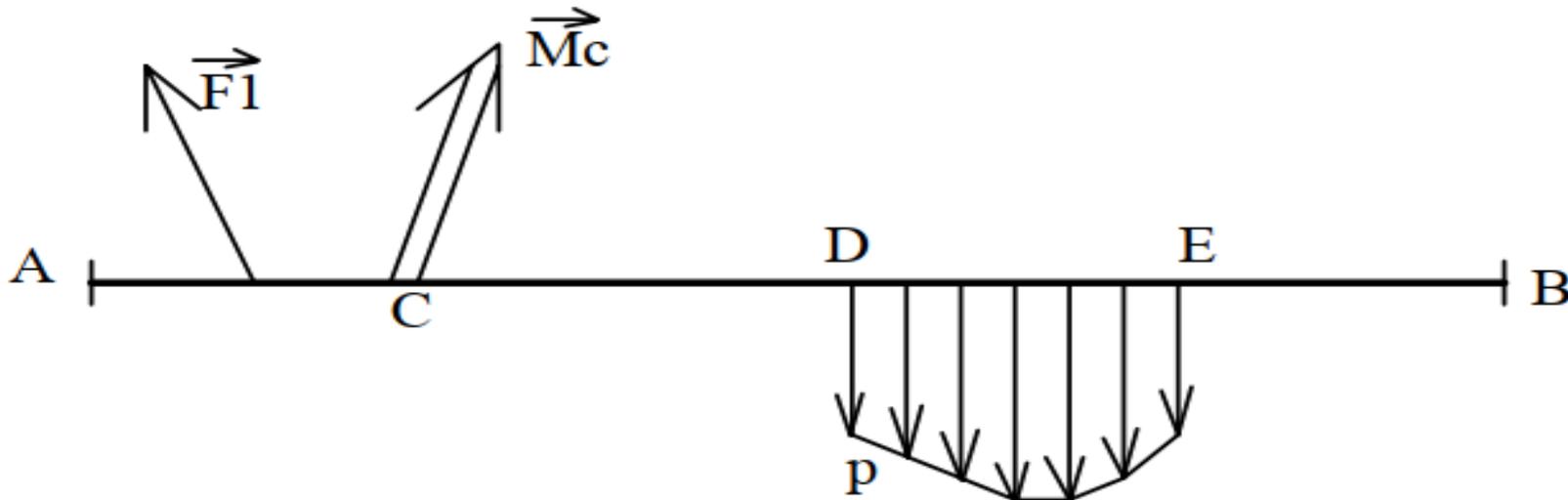
Légende

Sections au niveau desquelles les résultats de RDM sont proches de la réalité (éloignement suffisant des singularités)

Sections au niveau desquelles les résultats de RDM sont potentiellement éloignés de la réalité (éloignement trop faible des singularités)

3.4- Hypothèses sur les actions extérieures

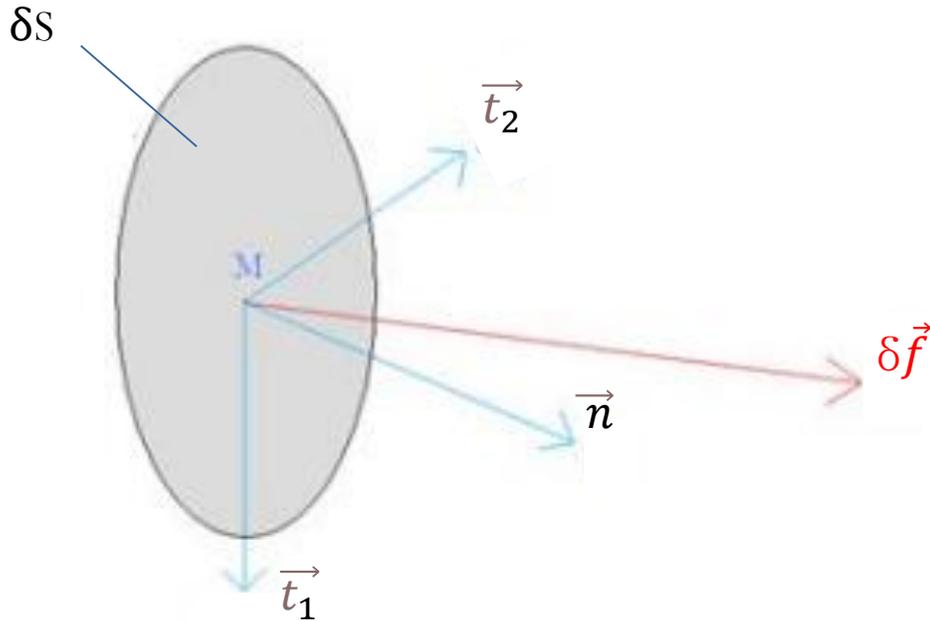
- **Plan de symétrie** : Les forces extérieures seront situées dans le plan de symétrie (X,Y) de la poutre.
- **Types d'actions mécaniques extérieures** : Les charges concentrées ou charges réparties le long de la poutre définies par leur densité linéique ou coefficient de charge p ou q , en N/m.



4- Notion de contrainte

4.1-Vecteur contrainte

A l'intérieur d'un solide, sur une petite surface matérielle δS de normale \vec{n} s'exerce une petite force $\delta \vec{f}$.



- \vec{n} est perpendiculaire à la surface élémentaire δS .
- \vec{t}_1 et \vec{t}_2 sont des vecteurs tangentiels positionnés dans le plan de surface élémentaire δS .
- \vec{t}_1 , \vec{t}_2 et \vec{n} constituent un repère direct. (i.e. $\vec{t}_1 \wedge \vec{t}_2 = \vec{n}$).

- Définition du vecteur contrainte:

On appelle vecteur contrainte $\vec{\sigma}$ en M, sur la facette de normale \vec{n} , la limite lorsqu'elle existe de $\frac{1}{\delta s} \cdot \delta \vec{f}$ quand δS tend vers 0.

$$\vec{\sigma} = \vec{\sigma}(M, \vec{n}) = \overline{\sigma_n}(M) = \lim_{\delta S \rightarrow 0} \frac{\delta \vec{f}}{\delta S}$$

- Définition de la **contrainte normale**:

La contrainte normale « σ » en un point M sur une facette de normale \vec{n} est la composante $\delta \vec{f}$ sur le vecteur \vec{n} .

$$\sigma = \frac{N}{S}$$

- Définition de la **contrainte tangente**:

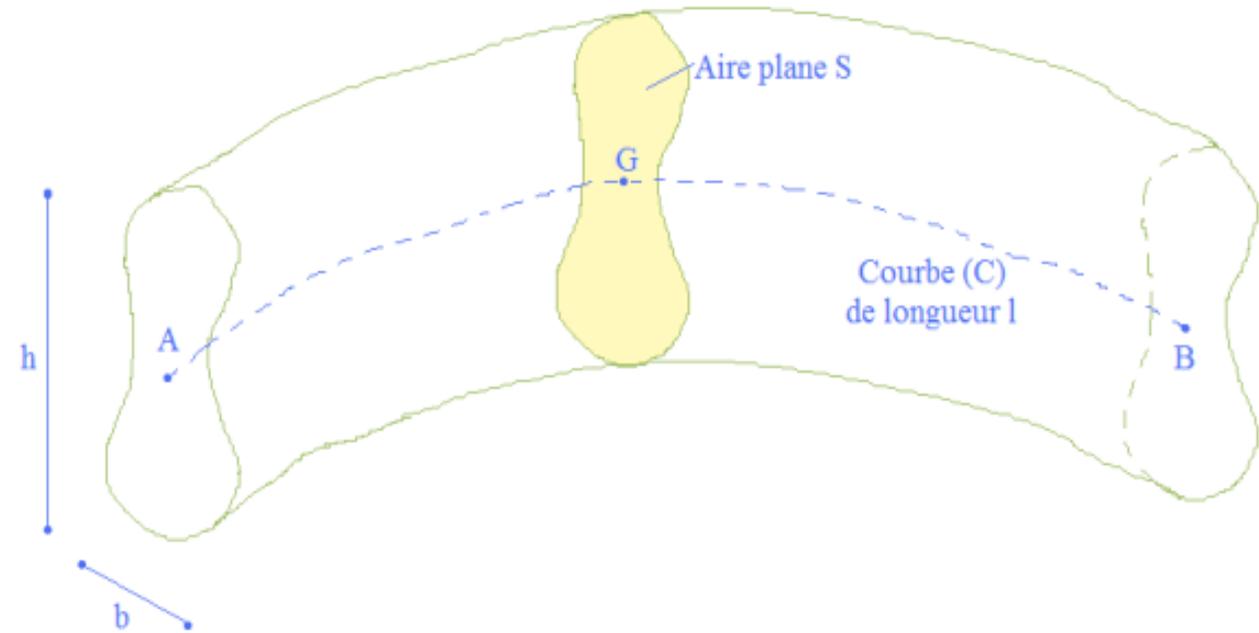
La contrainte tangente « τ » en un point M sur une facette de normale \vec{n} est la composante de $\delta \vec{f}$ suivant les vecteurs tangentiels \vec{t}_1 et \vec{t}_2 .

$$\tau = \frac{T}{S}$$

A retenir les notations « σ » pour contrainte normale et « τ » pour contrainte tangentielle !

5- Notion de poutre

- Une poutre est un solide engendré par une aire plane S , dont le centre de gravité G décrit une courbe (C) orientée.



- Le plan incluant l'aire plane S reste normal à (C) . Les dimensions de S doivent être petites par rapport à celle de (C) , c'est-à-dire :

$$\frac{1}{40} \leq \frac{h}{l} \leq \frac{1}{5}$$
$$\frac{1}{40} \leq \frac{b}{l} \leq \frac{1}{5}$$

Avec « l » la longueur de la courbe (C) .

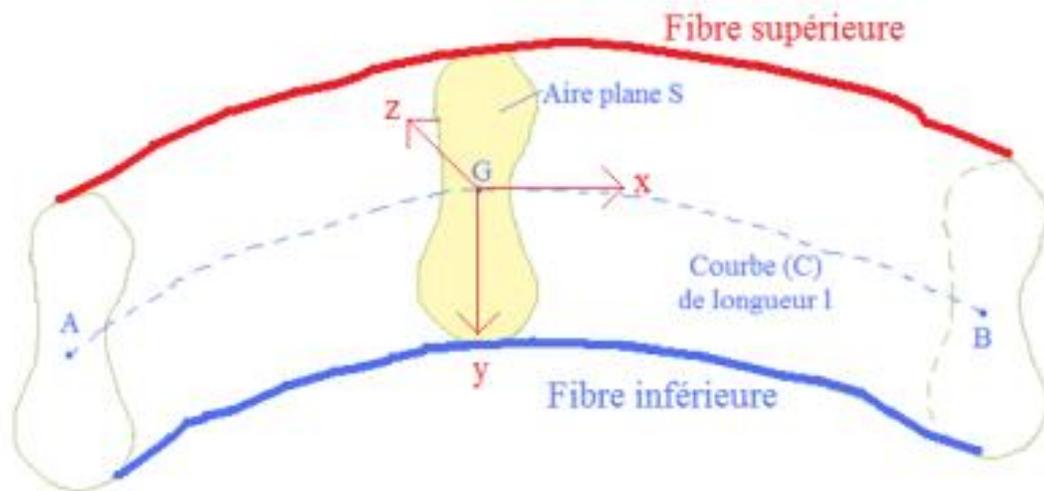
- **Définition de la fibre moyenne**

La courbe (C) est appelée fibre moyenne, c'est l'ensemble des centres de gravité des sections droites.

- **Convention**

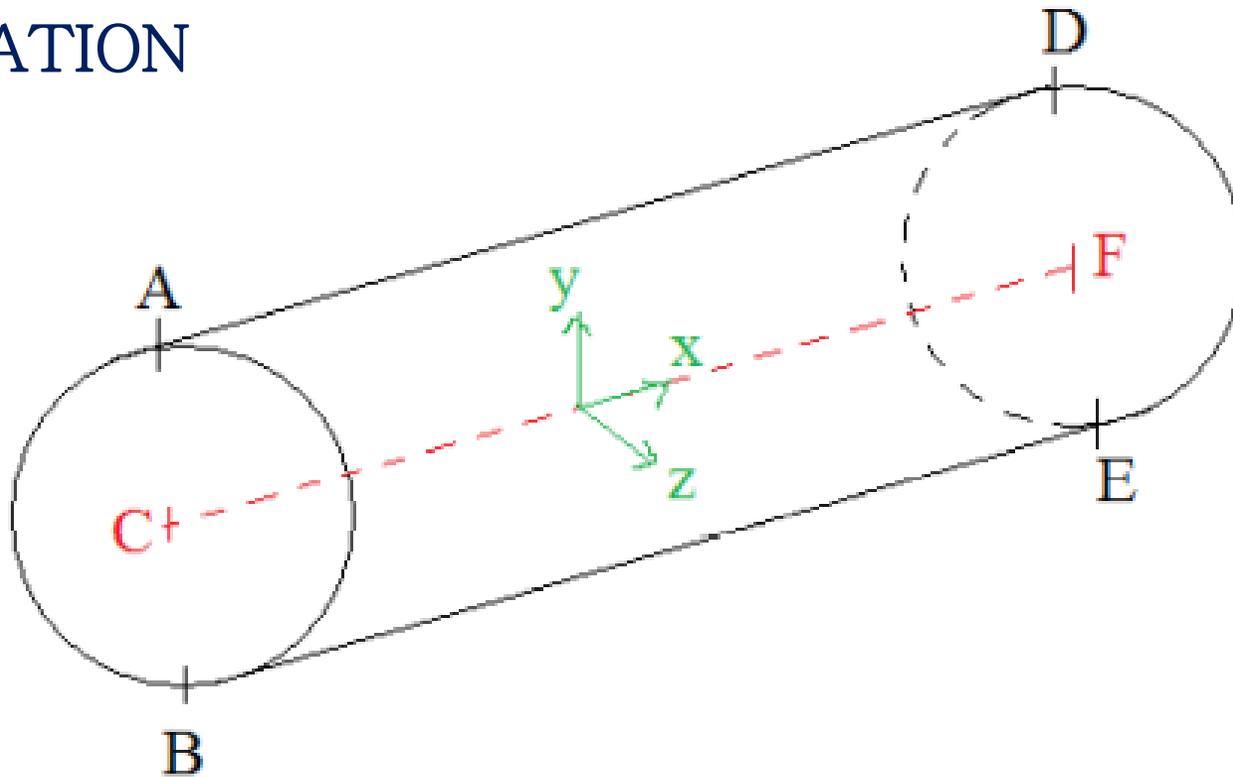
La poutre est représentée par sa fibre moyenne par commodité.

- **Définition des fibres supérieure et inférieure**



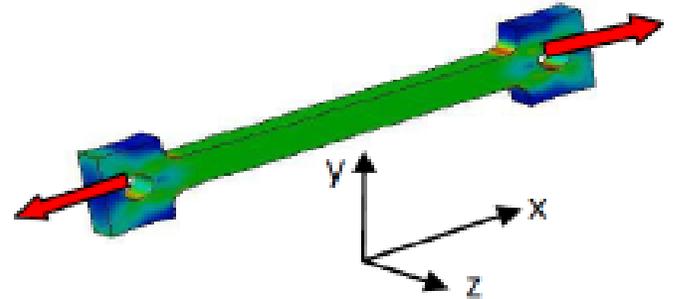
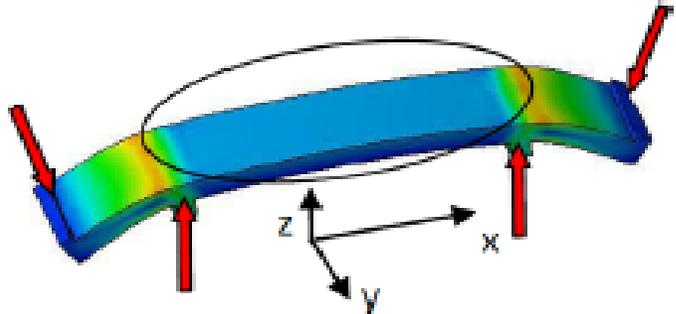
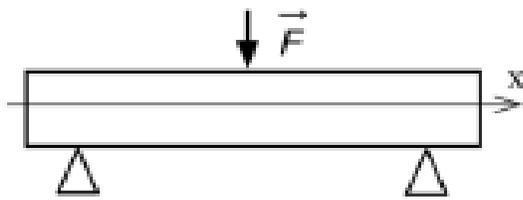
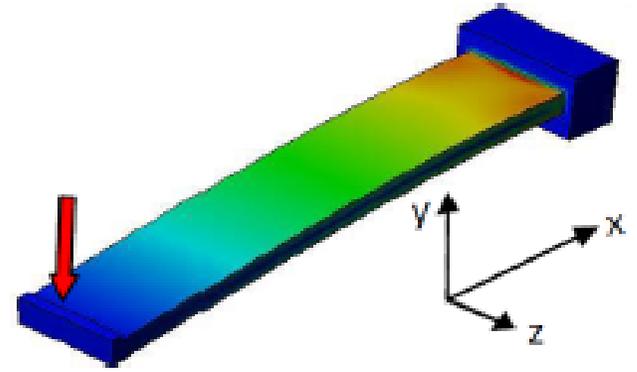
Dans une poutre, le lieu des points où y est minimum (resp. maximum) est appelé fibre supérieure (resp. fibre inférieure).

■ APPLICATION



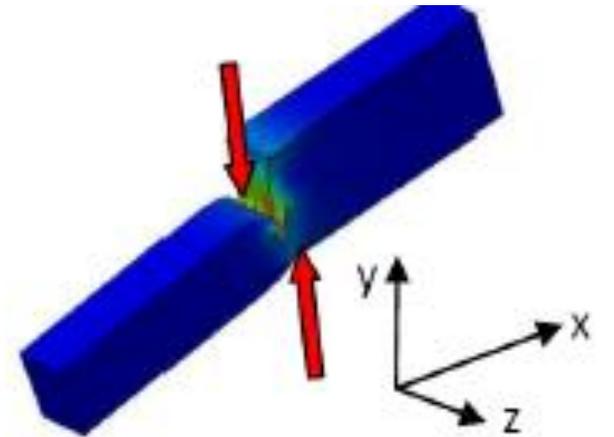
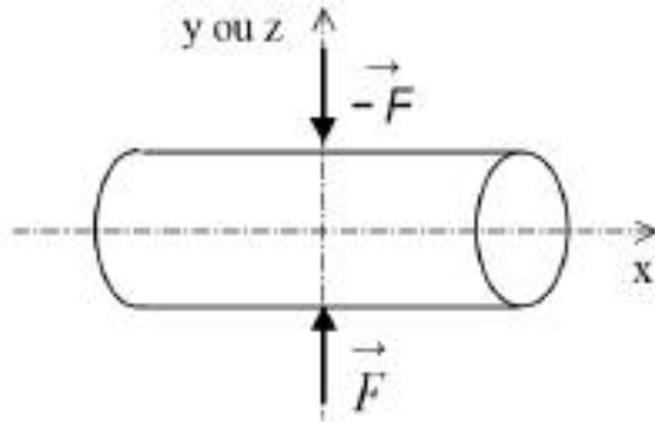
- 1) Quelle est la fibre moyenne ?
- 2) Quelle est la fibre supérieure ?
- 3) Quelle est la fibre inférieure ?

6- Identification de la nature de sollicitations

$\{\mathcal{T}_{coh}\}$	Désignation	Exemple 1	Exemple 2
$G \begin{Bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	Traction Compression	 <p>A 2D diagram of a cylinder along the x-axis. Two horizontal arrows labeled \vec{F} point outwards from the ends of the cylinder, representing tensile force.</p>	 <p>A 3D model of a beam fixed at both ends. Red arrows point outwards from the ends, indicating tensile force. A color gradient from blue to red is visible along the length of the beam.</p>
$G \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & Mf_z \end{Bmatrix}$	Flexion pure	 <p>A 2D diagram of a beam along the x-axis, curved upwards. At each end, a curved arrow labeled Mf_z indicates a bending moment.</p>	 <p>A 3D model of a beam fixed at both ends. Red arrows point upwards at the ends, indicating reaction forces. The beam is curved, and a color gradient from blue to red is visible, representing the bending moment distribution.</p>
$G \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & Mf_z \end{Bmatrix}$	Flexion simple	 <p>A 2D diagram of a beam along the x-axis supported by two triangular supports. A downward arrow labeled \vec{F} is applied to the top of the beam.</p>	 <p>A 3D model of a beam supported at both ends. A red arrow points downwards on the top of the beam, representing a point load. A color gradient from blue to red is visible along the length of the beam.</p>

$$G \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Cisaillement



$$G \begin{pmatrix} 0 & Mt \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Torsion

